

EJERCICIO DE ESTIMACIÓN DE REGRESIÓN CON MUESTREO DOBLE

Se requiere conocer el volumen de madera presente en una plantación de 250 ha y se decidió utilizar un muestreo doble. Para ello se instalan 100 parcelas de 1/10 de hectárea cada una (1.000 m²). En cada parcela se midió el dap de cada árbol situado dentro de ella (esto es para calcular el área basal/parcela en cada parcela). Sobre el 10 % de esas parcelas se midió dap y altura de todos los árboles contenidos, para calcular volumen comercial. determine el total estimado y su intervalo de confianza al 95 por ciento. Los datos son los siguientes:

$n = 100$ $n' = 10$

Área parcela = 1000 m²

Área basal media para las 100 parcelas = 8,7 m²/parcela

Valores por parcela

	A. Basal (m ²)	Vol. (m ³)
1	8,5	40
2	8,3	37
3	9,3	42
4	9,7	45
5	10,0	49
6	8,7	41
7	8,2	37
8	7,5	35
9	10,2	50
10	9,4	43

n'	
n	
\bar{X}'	
Σx	
Σx^2	
Σy	
Σy^2	
Σxy	

$b = \text{-----} =$

Vol. Total estimado =

I.C 95% del total estimado =

MUESTREO BIETÁPICO

NOMENCLATURA

- N: número de UP presentes en la población.
- M: número de US contenidas en cada UP de la población.
- n: número de UP seleccionadas en la muestra; $i = 1, 2, \dots, n$.
- m: número de US seleccionadas dentro de cada UP; $j = 1, 2, \dots, m$
- y_{ij} = valor observado de la variable de interés Y en la J-ésima US dentro de la i-ésima UP.
- \bar{y} : media por US.
- S_b^2 : varianza entre UP.
- S_w^2 : varianza dentro de las UP.

- Media por unidad secundaria: $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij}}{n m}$

- Error estándar de la media: $s_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{1}{m n} \left[s_b^2 \left(1 - \frac{n}{N}\right) + s_w^2 \frac{n}{N} \left(1 - \frac{m}{M}\right) \right]}$

siendo:

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sum_{j=1}^m y_{ij}}{m} \right)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij} \right)^2}{m n}}{(n-1)}$$

$$s_w^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij}^2 - \frac{\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m y_{ij} \right)^2}{m}}{n (m-1)}$$

- Total estimado: $\hat{Y} = \bar{y} \times N \times M$
- Error estándar del total estimado: $s_{\hat{Y}} = s_{\bar{y}} \times N \times M$

EJEMPLO

Ejemplo extraído de F. Freese. Se va a estimar el volumen total de madera de una superficie total de 30.000 ha. La superficie fue dividida en 1500 UP de 20 ha cada una; cada UP contiene 160 US de 0,1250 m² de superficie. Se aplica un muestreo bietápico con unidades primarias de igual tamaño. La muestra está conformada por 4 UP y 3 US por UP. En la Tabla 1 se indican los volúmenes observado en cada Unidad Secundaria.

Tabla 1

U.S.	UP				
	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	
j = 1	18	39	28	31	
j = 2	23	33	35	29	
j = 3	26	38	26	23	TOTAL
Σy	67	110	89	83	349
Σy^2	1529	4054	2685	2331	10.599
$(\Sigma y)^2$	4489	12100	7921	6889	31.399

N = 15 n = 4 M = 160 m = 3

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij} = 349$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij}^2 = 10.599$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m y_{ij} \right)^2 = 31.399$$

$$s_b^2 = \frac{\frac{n}{1} \left(\frac{m}{1} \sum y_{ij} \right)^2}{m} - \frac{\left(\frac{n}{1} \sum \frac{m}{1} \sum y_{ij} \right)^2}{m n} = \frac{31.399}{3} - \frac{(349)^2}{3 \times 4} = \frac{10.466,333 - 10.150,083}{3} = \frac{316,25}{3} = 105,417$$

$$s_w^2 = \frac{\sum \frac{n}{1} \sum \frac{m}{1} y_{ij}^2 - \frac{\sum \left(\sum \frac{n}{1} \sum \frac{m}{1} y_{ij} \right)^2}{m}}{n(m-1)} = \frac{10.599 - 10.466,333}{4(3-1)} = \frac{132,667}{8} = 16,583$$

Estimaciones:

- Media/US: $\bar{\bar{y}} = \frac{349}{12} = 29,083 \text{ m}^3/\text{US}$

- E. E. de la media: $s_{\bar{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times 3} \left[105,417 \left(1 - \frac{4}{1500} \right) + 16,583 \frac{4}{1500} \left(1 - \frac{3}{160} \right) \right]} = 2,961 \text{ m}^3/\text{US}$

- Total estimado : $\hat{Y} = \bar{\bar{y}} \times M \times N = 29,083 \times 1500 \times 160 = 6.979.920 \text{ m}^3$

- E.E. del total estimado: $s_{\hat{Y}} = s_{\bar{\bar{y}}} \times M \times N = 2,961 \times 1500 \times 160 = 710.640 \text{ m}^3$

- Intervalo de confianza del total para una probabilidad del 95 % es:

IC(95%) = $6.979.920 \pm (2) (710.640) = 6.979.920 \pm 1.421.280$

Li = $5.558.640 \text{ m}^3$

Ls = $8.401.200 \text{ m}^3$

NOTA: si se usara el volumen/hectárea se llegaría al mismo valor, sólo que en este caso, se opera con el volumen medio/ha, y el total se obtiene multiplicando por la superficie del rodal.

Con valores en m3/ha

N = 15 n = 4

M = 160

m = 3

$\frac{n}{1} \sum \frac{m}{1} y_{ij} = 2.792$

$\frac{n}{1} \sum \frac{m}{1} y_{ij}^2 = 678.336$

$\frac{n}{1} \left(\frac{m}{1} \sum y_{ij} \right)^2 = 2.009.536$

$$s_b^2 = \frac{\frac{2.009.536}{3} - \frac{(2.792)^2}{3 \times 4}}{(4-1)} = \frac{669.845,333 - 649.605,333083}{3} = \frac{20.240}{3} = 6746,667$$

$$s_w^2 = \frac{678.336 - 669.845,333}{4(3-1)} = \frac{8490,667}{8} = 1.061,333$$

- Media/ha: $\bar{\bar{y}} = \frac{2.792}{12} = 232,667 \text{ m}^3/\text{ha}$

- E. E. de la media: $s_{\bar{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times 3} \left[6.746,667 \left(1 - \frac{4}{1500} \right) + 1.061,333 \frac{4}{1500} \left(1 - \frac{3}{160} \right) \right]} = 23,684 \text{ m}^3/\text{ha}$

- Total estimado : $\hat{Y} = \bar{\bar{y}} \times \text{Area} = 232,667 \times 30.000 = 6.980.010 \text{ m}^3$

- E.E. del total estimado: $s_{\hat{Y}} = s_{\bar{y}} \times \text{Area} = 23,684 \times 30.000 = 710.520 \text{ m}^3$

Ejercicio:

Se va a estimar el volumen total de madera de una superficie total de 10000 ha. La superficie fue dividida en 1000 UP de 10 ha cada una; cada UP contiene 100 US. Se aplica un muestreo bietápico con unidades primarias de igual tamaño. La muestra está conformada por 5 UP y 2 US por UP.

	UP					
U.S.	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	
j = 1	18	39	28	31	19	
j = 2	26	38	26	23	25	TOTAL
Σy						
Σy^2						
$(\Sigma y)^2$						

N =

n =

M =

m =