CAPITULO 11: TABLAS DE VOLUMEN

11.1. Generalidades

Los estudios económicos y de ordenación forestal tienen por base el inventario del potencial forestal existente, a través de técnicas de muestreo y de biometría.

La cubicación de árboles posibilita obtener el volumen sólido de los fustes, que asociados con las variables dendrométricas (d, h, etc.) permiten generar modelos para describir estos volúmenes, que podrán ser presentados en forma de tablas.

La tabla de volumen puede ser definida como una relación gráfica o numérica expresada por ecuaciones logarítmicas o aritméticas capaz de expresar el volumen total o parcial de un árbol en función de variables independientes como diámetro, altura, grosor de corteza, factor de forma, etc., o también como la representación tabular del volumen individual de árboles enteros o en partes de ellos a través de variables de fácil medición. En general, las tablas presentan los volúmenes en m^3 (metros cúbicos), pudiendo este volumen incluir o no la corteza del árbol.

Los volúmenes estimados no son exactos, pues las variables independientes son obtenidas en una serie de individuos medidos en el rodal que están sujetos a las variaciones naturales.

De esta forma se debe admitir que las relaciones volumétricas posibilitan la estimación de volúmenes medios en torno a los cuales deben distribuirse los volúmenes verdaderos. Por su construcción las tablas de volumen están íntimamente ligadas a los rodales debiendo ocurrir una compensación de los errores, al tomarse los volúmenes medios por los verdaderos, principalmente cuando crece el número de observaciones.

En la construcción de tablas de volúmenes deben ser obedecidos los siguientes criterios, a fin de obtenerse estimaciones fidedignas:

- seleccionar un número de árboles de muestra buscando cubrir toda la variación de edad, espaciamiento y sitio para la misma especie forestal;
- Cubicar y medir las variables independientes para estimar la ecuación de volumen; y
- Probar y comparar diferentes ecuaciones a fin de seleccionar la que mejor representa los datos.

11.2. Clasificación de las Tablas de Volúmenes

Las tablas de volumen pueden ser clasificadas:

- según el número de variables independientes;
- según el aprovechamiento; y
- en cuanto al tipo de modelo matemático que las originan.

11.2.1. En cuanto al número de variables independientes

Con referencia al número de variables que componen el modelo de regresión o también en cuanto al área que abarca la tabla, estas pueden ser definidas en:

1. Tabla de volumen de simple entrada o tabla de volumen local

El volumen es función solamente del diámetro de los árboles. Es aplicada solamente para pequeñas áreas forestales donde la correlación entre el diámetro y la altura es muy fuerte, o sea, donde hay bastante homogeneidad en el desarrollo en altura de los árboles del mismo diámetro.

En esta situación el diámetro explica bien el desarrollo de la altura.

La tabla de volumen de simple entrada tiene uso reducido en el medio forestal, pudiendo ser obtenida por una de las ecuaciones presentadas a continuación:

AUTOR	MODELO
KOPEZKY – GEHRHARDT	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2_{1,30}$
DIASESCU – MEYER	$v = \beta_1 d_{1,30} + \beta_2 d^2_{1.30}$
HOHENADL – KRENM	$v = \beta_0 + \beta_1 d_{1,30} + \beta_2 d^2_{1,30}$
BERKHOUT	$v = \beta_0 d^{\beta_1}_{1,30}$
HUSCH	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } d_{1,30}$
BRENAO	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } d_{1,30} + \frac{\beta_2}{d_{1,30}}$

Donde:

v = Volumen

d = Diámetro a la altura del pecho

β_{is} = Parámetros a ser estimados; y

Log = Logaritmo

2. Tabla de Volumen de doble entrada, estándar o regional

El volumen es función del diámetro y de ola altura, debido a la mayor heterogeneidad constatada en el desarrollo de la altura de los árboles.

En este caso el diámetro no explica bien el desarrollo de la altura, debido a no haber una fuerte correlación con la misma, siendo también necesaria esta variable (altura) para alcanzarse estimaciones confiables y precisas de la característica de interés de los árboles que componen la población forestal.

Esta tabla tiene gran aplicación en el medio forestal, siendo obtenida a través de los modelos que a continuación se muestran.

AUTOR	MODELO
No tiene autor	$v = \beta_1 d_{1,30}^2 h$ (usado para factor de forma constante)
SPURR	$v = \beta_0 + \beta_1 d_{1,30}^2 h$
SCHUMACHER Y HALL	$v = \beta_0 d_{1,30}^{\beta_1} h^{\beta_2}$
HONNER	$v = \dfrac{d_{1,30}}{\beta_0 + \dfrac{\beta_1}{h}}$
OGAYA	$v = d_{1,30}^2 (+ \beta_1 h)$
STOATE (Australiana)	$v = \beta_0 + \beta_1 d_{1,30}^2 + \beta_2 d_{1,30}^2 h + \beta_3 h$
NASLUND	$v = \beta_1 d_{1,30}^2 + \beta_2 d_{1,30}^2 h + \beta_3 d_{1,30} h^2 + \beta_4 h^2$
TAKATA	$v = \dfrac{d_{1,30}^2 h}{\beta_0 + \beta_1 d_{1,30}}$
SCHUMECHER Y HALL	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } d_{1,30} + \beta_2 \text{Log } h$
SPURR (Logarítmica)	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } (d_{1,30}^2 h)$
MEYER	$v = \beta_0 + \beta_1 d_{1,30} + \beta_2 d_{1,30}^2 + \beta_3 d_{1,30} h + \beta_4 d_{1,30}^2 h + \beta_5 h$

Donde:

v = Volumen — $d_{1,30}$ = Diámetro a la altura del pecho

h = Altura total — β_{is} = Parámetros a ser estimados

Log = Logaritmo

3. Tabla de volumen formal o de triple entrada

El volumen estimado es función del diámetro, de la altura y de una medida que exprese la forma del árbol (f).

Esta tabla de volumen prácticamente no es aplicada en los bosques en Cuba.

A continuación mostramos una serie de modelos que posibilitan obtener este tipo de tabla.

AUTOR	MODELO
SPURR	$v = \beta_0 + \beta_1 k_i$
SPURR	$v = \beta_0 + \beta_1 k_i + \beta_2 (d_{1,30}^2 h) + \beta_3 k_i (d_{1,30}^2 h)$
SCHIFFEL	$v = d_{1,30}^2 h (+ \beta_1 h_i +)$
OGAYA	$v = \beta_0 + \beta_1 d(0,5h) + \beta_2 (d_{1,30} h)$
OGAYA	$v = \beta_0 + \beta_1 d_{1,30} d_i h$
POLLANSCHÜTZ	$v = \frac{\pi}{4} [(d_{1,30}^2 h) + \beta_1 d_{1,30} d(0,3h)h + \beta_2 h^2]$
SPURR	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } d_{1,30} + \beta_2 \text{Log } h + \beta_3 \text{Log } d_i$
SPURR	$\text{Log } v = \beta_0 + \beta_1 \text{Log } (d_i d_{1,30} h)$

Donde:

v = Volumen

$d^{1,30}$ = Diámetro a la altura del pecho

h = Altura

β_{is} = Parámetros a ser estimados

$d^{0,3}$ = Diámetro a 30% de la altura

$d^{0,5}$ = Diámetro a 50% de la altura

$$k = \frac{d_i}{d_{1,30}} \qquad k_{0,5} = \frac{d(0,5h)}{d_{1,30}}$$

11.2.2. En cuanto al Aprovechamiento

De acuerdo con la posición en que se tomen las mediciones del árbol considerado pueden ser construidas:

1. Tabla de volumen total

Se refiere al volumen total del árbol y puede ser presentada con y sin corteza.

2. Tabla de volumen comercial

Se refiere al volumen parcial (comercial) del tronco, pudiendo ser presentada también con y sin corteza

11.2.3. En cuanto al tipo de modelo

Conforme el modelo matemático seleccionado para describir el volumen de los árboles, las tablas pueden ser:

1. Tablas de volumen aritméticas, las cuales son originadas de modelos aritméticos.

3. Tablas de volumen logarítmicas, generadas por modelos logarítmicos.

Estas tablas permiten hacer una evaluación del volumen de árboles y rodales con elevada precisión y bajo costo. Investigaciones realizadas por Padilla (1999), Erasmo (1999) y Zaldivar (1999) en la elaboración de estas tablas se probaron un grupo de 13 modelos de regresión y ecuaciones matemáticas aritméticas, logarítmicas y semi-logarítmicas, principalmente con modelos de regresión de doble entradas.

Los modelos logarítmicos y semi-logarítmicos fueron los de mejor ajuste, de los cuales el modelo: Log v = $\beta_0 + \beta_1$ Log $d_{1,30}$ + β_2 Log h de SCHUMACHER-HALL fue el seleccionado para la elaboración de la tabla de volumen en plantaciones de Pinus tropicalis (Padilla, 1999); en rodales naturales de ***Pinus tropicalis*** y ***Pinus caribaea*** (Erasmo, 1999) y en plantaciones de ***Hibiscus elatus*** (Zaldivar, 1999), debido a su mayor coeficiente de determinación y menor error típico de la estimación.

Para las plantaciones de la especie ***Eucalyptus sp*** Peñalver (1991) encontró que el modelo de mejor ajuste fue el modelo logarítmico de SPURR, es decir, Log v = β_0 + β_1 Log ($d^{2}_{1,30}$ h).

Los Modelos obtenidos con sus respectivos parámetros para cada una de las especies investigadas fueron los siguientes:

Para plantaciones de ***Pinus tropicalis*** (Padilla, 1999)

Log v_{cc} = - 3,892 + 1,9799 Log $d_{1,30}$ + 0,5665 Log h.

Este mismo modelo fue el de mejor ajuste para el volumen sin corteza.

Para ***Pinus tropicalis*** *natural* (Erasmo, 1999)

Log v_{cc} = - 4,4274 + 1,2094 Log $d_{1,30}$ + 1,9551 Log h

Log v_{sc} = - 4,5623 + 1,2503 Log $d_{1,30}$ + 1,9329 Log h

Para ***Pinus caribaea*** natural (Erasmo, 1999)

Log v_{cc} = - 4,2921 + 1,3539 Log $d_{1,\,30}$ + 1,6192 Log h

Log v_{sc} = - 4,6708 + 1,3987 Log $d_{1,\,30}$ + 1,7971 Log h

Para plantaciones de ***Hibiscus sp***. (Zaldivar, 1999)

Log v_{cc} = -3,9995 + 1,7284 Log $d_{1,\,30}$ + 0,8551 Log h

Log v_{sc} = - 4,0663 + 1,8447 Log $d_{1,\,30}$ + 0,7363 Log h

Para plantaciones ***de Eucalyptus sp***. (Peñalver, 1991)

$$\text{Log } v_{cc} = -\,0{,}499185 + 0{,}915449 \text{ Log } (d^{2}_{1,30}\, h)$$

$$\text{Log } v_{sc} = -\,0{,}603707 + 0{,}965513 \text{ Log } (d^{2}_{1,30}\, h)$$

11.3. Construcción de las tablas de volumen

Inicialmente, las tablas fueron construidas a través de métodos gráficos.

A partir de 1940 con el desarrollo del método analítico, el método gráfico entró gradualmente en desuso.

El método analítico presenta, además de la mayor precisión y facilidad de cálculo, la ventaja de no ser subjetivo, permitiendo a todos obtener el mismo resultado, en vista a que se utiliza el análisis de regresión para ajuste de los modelos matemáticos.

El número de árboles de muestra a ser cubicados es una función de la variabilidad del rodal y de la precisión deseada para estimaciones de volumen.

Para tabla de volumen de una entrada o local de 50 a 100 árboles pueden ser suficientes, sin embargo, para que las tablas de volumen sean usadas en extensas regiones son necesarias varias centenas de árboles a fin de cubrir todos los sitios, clases diamétricas y edades.

Es importante que sean desarrolladas ecuaciones de volumen específicas para cada tipo ecológico, topografía, suelo, etc., y después verificar la posibilidad o no de agruparlas en una ecuación única.

En los casos en que la variación en la forma del árbol entre diferentes regiones en las que se hace el muestreo sea tal que acarree error de magnitud de la función de volumen, podrá ser interesante la estratificación de los datos y construir tablas distintas para las diferentes regiones.

La determinación del número de árboles a ser cubicados en cada clase diamétrica puede obtenerse por la siguiente expresión:

$$n = \frac{t^2 s^2}{E^2}$$

donde:

$E =$ error admitido, $(E = LE\% * \bar{x})$;

$s^2 =$ varianza

$\bar{x} =$ volumen medio

$LE =$ límite de error

$t =$ valor de "t (Student)" tabulado.

Después del muestreo de un número suficiente de árboles, del ajuste de varios modelos y de la selección del más adecuado, se construye la tabla de volumen para la amplitud de los datos observados.

Para eso se coloca en la abscisa de la tabla, en metros, y en la ordenada los centros de clases diamétricas, en centímetros. En común usar intervalos de clases de 2 cm. para los diámetros y de 1 m para las alturas, pudiendo ser alterados estos valores según la necesidad.

Teniendo definidos los valores de las clases se calcula, a través de la ecuación seleccionada, el volumen para cada clase diamétrica y de altura hasta montar la tabla.

Confeccionada la tabla se debe definir su área útil, o sea, delimitar la amplitud de los datos observados en el muestreo. Esta delimitación indica región de la tabla en que Las estimaciones son confiables y/o el área donde se pueden extrapolar.

La tabla de volumen debe traer la indicación de la finalidad a que se destina (ejemplo: tabla de volumen total con corteza); especie; el lugar de origen de los datos y el modelo matemático que fue usado.

Para esa confección de tablas de uso local o múltiple, el proceso es semejante, solo respetando la característica de cada tipo.

11.3.1.Criterios para la elección de la mejor ecuación

Entre los criterios adoptados para la elección de la mejor ecuación, se destacan algunos bastantes usados, como son:

1. Coeficiente de determinación (R^2) es definido como la razón entre la suma de cuadrados (SQ) debido a la regresión y la suma de cuadrado corregido (SQC) para la media.

2. Error Estándar Residual (EER) es una medida de dispersión entre los valores reales determinados por la cubicación rigurosa y los estimados por la regresión.

   La distribución uniforme de los valores residuales significa que la diferencia entre los valores reales y los estimados debe ser homogénea.

3. Índice de FURNIVAL (I) es un índice que permite la comparación de ecuaciones volumétricas de diferentes naturalezas.

   El cálculo de este índice se efectúa en tres etapas:

a) El Error Estándar Residual (EER) es obtenido del ajuste de la regresión en consideración;

b) Con el auxilio de logaritmos, se calculan las medias geométricas de las derivadas de las diferentes variables dependientes.

Cuando la variable dependiente (v) no es transformada, implica una derivada igual a 1, haciendo que el Índice de FURNIVAL es simplemente el EER. Cuando la variable dependiente es transformada (log v) la derivada será v^{-1}, haciendo que la media geométrica sea obtenida como el inverso de:

$$anti\log = \frac{\sum \log v^{-1}}{n}$$

donde:

n = número de observaciones

c) Finalmente cada EER es multiplicado por el inverso el inverso de la media geométrica calculada, cuando se trabaja con logaritmos neperianos, pues en el caso de usarse logaritmos naturales se debe multiplicar tal resultado por $(\log e)^{-1}$, conforme a la corrección hecha por FURNIVAL.

Tal índice es dado por:

$$I.F = [F(v)]^{-1} * EER$$

ó

$$I.F = [F'(v)]^{-1} * EER * (\log e)^{-1}$$

La ecuación que presente el menor Índice de FURNIVAL será seleccionada para construir la tabla de volumen.

En el caso de ser seleccionada una ecuación de forma logarítmica, se debe hacer la corrección para discrepancia logarítmica propuesta por MEYER.

Tal factor de corrección debe multiplicar la ecuación seleccionada, estando la misma dada por:

$$d.l = 10^{1,1513}\tau^2$$

donde:

$d.l =$ discrepancia logarítmica

$\tau^2 =$ cuadrado del EER.

4. Facilidad de aplicación de la ecuación, se refiere a la cantidad de variables que la misma posee, así como la facilidad de enumerar tales variables con exactitud. Siendo asó, se debe seleccionar las ecuaciones que posean menor número de variables siempre que los criterios admitidos anteriormente no hayan sido suficientes para seleccionar una buena ecuación.

   Ecuaciones seleccionadas para especies de un lugar dado, pueden ser empleadas en otras especies de otros lugares, siempre que obedezcan la normas de aplicación de la prueba Chi-Cuadrado.

11.3.2. Construcción de tablas de una sola entrada

1. Método Gráfico

En este método serán considerados tres procedimientos, que se explican a continuación:

a) Primer procedimiento, donde deben realizarse los siguientes pasos:

- Derribar y cubicar unos 300 árboles que incluya todas las clases diamétricas. También deben ser medido el diámetro a la altura del pecho de cada árbol;
- Distribuir los puntos en coordenadas, sea en escala ordinaria o en escala logarítmica, haciendo $x = DAP$ e $y = Volumen$;
- Trazar la tendencia basándose en los puntos distribuidos; y
- Leer, a lo largo de la curva trazada, los volúmenes que corresponden a cada diámetro del eje de las abscisas. Estos datos son colocados en una tabla.

Para ilustrar este procedimiento se presentan ocho (8) árboles cubicados rigurosamente (ver tabla 11.1) y el trazado de la curva media balanceada (figura 11.1).

Tabla 11.1: Volumen de los 8 árboles obtenido de la cubicación rigurosa

Árbol (N^o)	Volumen (m^3)	DAP (cm.)	DI (Desviaciones)
1	0,0950	5	0
2	0,1800	15	0
3	0,4231	30	0
4	0,1000	8	-3
5	0,2000	17	+3
6	0,2340	18	+1
7	0,3470	24	-1
8	0,1710	14	0

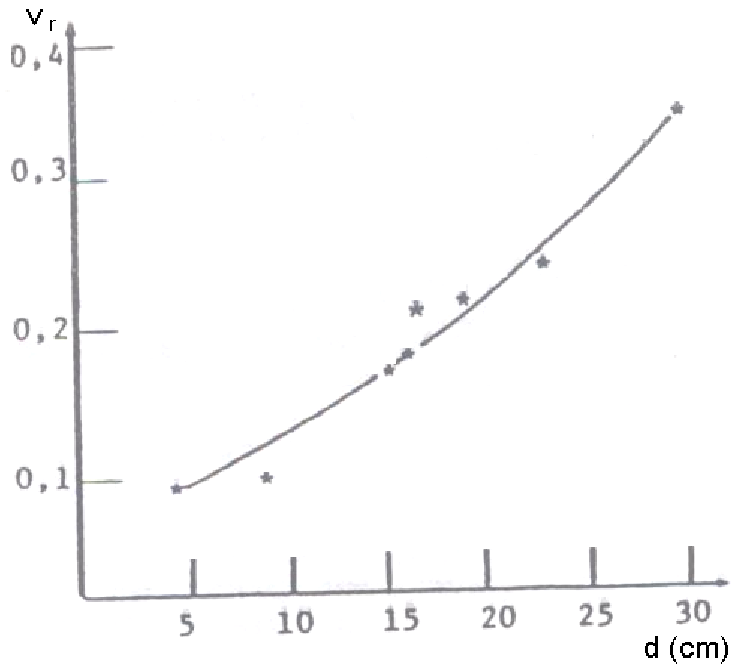

Figura 11.1: Muestra la curva media balanceada entre los volúmenes obtenidos de la cubicación rigurosa

Para estimar el volumen de cualquier árbol de la población forestal basta utilizar su diámetro como se muestra en la figura 11.2.

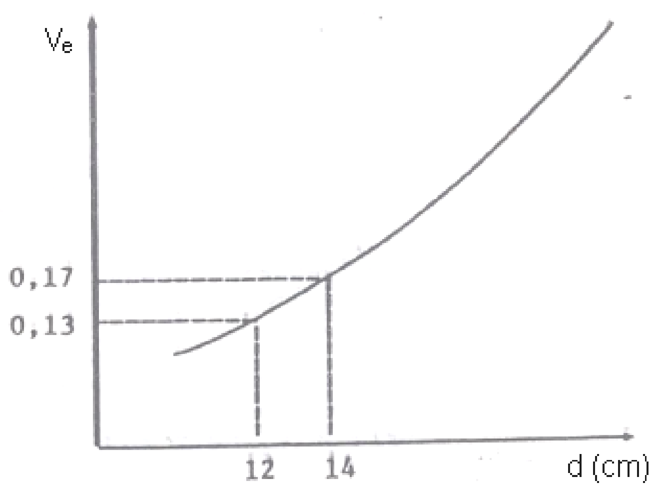

Figura 11.2: Muestra cómo estimar volumen de un árbol a partir de su DAP.

Otra alternativa es balancear la curva por clase diamétrica, conforme se puede observar en la tabla 11.3 y la figura 11.4.

Tabla 11.2: Muestra volumen medio y desviaciones por clase diamétrica

Clases diamétrica (Rango)	Fi	$\bar{v}$	fi.dl
5 - 8	10	0,100	+10
8 - 11	10	0,153	0
11 - 14	15	0,212	-15
14 - 17	15	0,264	+15
17 - 20	10	0,315	-10
	50 árboles		$\sum fi.dl = 0$

Donde:

$fi =$ Frecuencia de árboles en la clase diamétrica;

$\bar{v} =$ Volumen medio por clase diamétrica; y

$fi.dl =$ Desviaciones de los valores observados con relación al estimado por la curva media

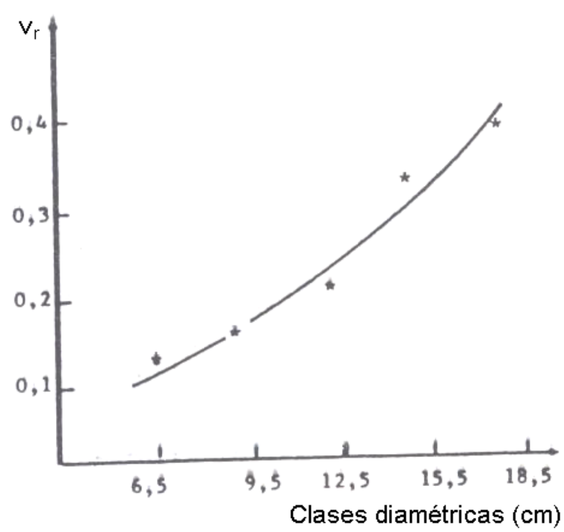

Figura 11.3: Muestra la curva media balanceada entre el volumen medio por clase diamétrica

Balanceada la curva media (cuando la suma de las desviaciones es igual a cero), entonces para estimar el volumen de cualquier árbol, basta utilizar la curva balanceada y el DAP del árbol deseado, como está mostrado en la figura 11.4.

Figura 11.4: Muestra cómo estimar volumen de un árbol a partir de su DAP

b) Segundo procedimiento

Como en el caso del primer procedimiento se requiere cubicar un buen número de árboles, y este trabajo es algo costoso y también necesita tiempo; por esta razón, existe otro procedimiento de como ganar tiempo y dinero.

Este procedimiento consiste en cubicar pocos árboles, de 3 a 5 en cada clase diamétrica, y medir el DAP y altura de unos 1000 o más árboles en pie, con la finalidad de encontrar una altura media para cada clase diamétrica. Los pasos a ser seguidos son:

- cubicar de 3 a 5 árboles de cada clase diamétrica;
- medir el DAP y la altura de no menos de 1000 árboles;
- calcular la altura media de los medidos de cada clase diamétrica;

- distribuir estos valores medios en coordenadas con x = DAP en cm. e y = altura en metros;
- trazar la curva de esta relación y leer las alturas a lo largo de la curva para cada clase de DAP;
- a continuación se corrige el volumen de cada uno de los árboles derribados que serán cubicados en el paso 1, con la siguiente fórmula:

$$Volumen.corregido = \frac{Altura.leida.en.el.paso.5}{Altuea.del.árbol.cubicado} * Volumen.real.del.arbol$$; y

- distribuir en coordenadas (escalas ordinarias o logarítmicas) la relación x = DAP e y = volumen corregido. El volumen para la tabla se lee a lo largo de la curva distribuida.

c) Tercer procedimiento

En este procedimiento no se requiere la cubicación de árboles en el campo, se hace usando tabla de doble entrada. En cambio se requiere la medición del DAP y altura de muchos árboles en el campo, más de 1000 árboles. Los pasos a seguir son:

- medir el diámetro y la altura de unos 100 o más árboles en pie, de todas las clases diamétricas;
- encontrar el valor medio de clase diamétrica y representarlos en las coordenadas x = DAP e y = altura y distribuir la selección en la curva del diámetro y altura;
- para cada clase diamétrica leer la altura a lo largo de la curva diseñada, y a base de estos datos (diámetro y altura) buscar el valor correspondiente en una tabla de doble entrada. cuando no hay datos, se busca por interpolación lineal. Se recomienda emplear una tabla de un bosque parecido que servirá para el paso 1;

- los valores encontrados se distribuyen en coordenadas x = DAP e y = volumen y se traza la tendencia de los volúmenes leídos sobre la línea de la curva, que sirve para elaborar la tabla, como en los procedimientos anteriores; y
- para probar la precisión de estas tablas se calcula el porcentaje de la diferencia total o la media del porcentaje de las desviaciones.

2. Método Matemático o Analítico

Cuando, la tendencia es una curva cuya ecuación toma la forma de:

$$v = ad^b$$

que linealizada pasa a la siguiente forma:

$$\log v = \log a + b \log d$$

donde:

$v =$ volumen (variable dependiente);

$d =$ DAP (variable independiente); y

$a, b =$ constantes (coeficientes) que definen la tendencia de la función.

Los valores más probables de las constantes a y b son calculados a través del método de los mínimos cuadrados o analítico.

Encontrado los valores numéricos de esas constantes, se elabora la tabla, calculándose v sobre la base de distinto valores de d.

Para encontrar los valores de a y b es necesario obtener datos de campo de diámetro y volumen de 3 a 5 árboles por cada clase diamétrica.

El procedimiento de cálculo de las constantes mediante el método de los mínimos cuadrados, que es una forma rápida, se hace siguiendo los siguientes pasos:

- colocar en columnas el diámetro (d) y el volumen (v) encontrado;
- colocar en otras columnas el logaritmo del diámetro ((d) y el logaritmo del volumen (v);
- en la quinta columna de la tabla se coloca el cuadrado del logaritmo del diámetro (d), elevando al cuadrado el logaritmo de cada (d);
- en la sexta columna será calculado los productos de cada logaritmo del (d) por el correspondiente logaritmo del volumen;
- se suman las cuatro últimas columnas, colocándose sus totales al pie de cada una de ellas, teniendo de resta manera las siguientes sumas:

- $\sum \log d$ = sumatoria de los logaritmos de los diámetros (soma de la 3ª columna);
- $\sum \log v =$ sumatoria de los logaritmos de los volúmenes (suma de la 4ª columna);
- $\sum (\log d)^2 =$ sumatoria de los logaritmos al cuadrado de los diámetros (suma de la 5ª columna); y
- $\sum (\log d * \log v) =$ sumatoria del producto de los logaritmos del diámetro por el logaritmo del volumen (suma de la 6ª columna).

- calcular los términos de correcciones (TC) para $\sum (\log d)^2$ y para $\sum (\log d * \log v)$ como sigue:

- TC para $\sum(\log d)^2 = \dfrac{\left(\sum \log d\right)^2}{n} = \dfrac{Suma.de.la.3^a.columna}{n}$

  Donde n = número de árboles medidos

- TC para $\sum(\log d * \log v) = \dfrac{\sum \log d * \sum \log v}{n} = \dfrac{Suma.de.la.3^a.col.*suma.de.la.4^a.col.}{n}$

• Determinar:

- $\dfrac{\sum \log d}{n}$; $SCPC = \sum(\log d)^2 - \dfrac{\left(\sum \log d\right)^2}{n}$

- $\dfrac{\sum \log v}{n}$; $SPC = \sum(\log d * \log v) - \dfrac{\sum \log d * \sum \log v}{n}$

- $b = \dfrac{Suma.de.los.productos.corregidos}{Suma.de.los.cuadrados.corregidos.de.los.diámetros}$

• la constante (coeficiente) a o $\log a$ se determina así:

$$\log a = \frac{\sum \log v}{n} - b\frac{\sum \log d}{n}$$

$$\log a = media.del.\log v - b * media.del.\log d$$

teniendo las constantes (coeficientes) de la ecuación ahora definida de la ecuación original $v = ad^b$ hacemos:

$$\log v = \log a * b \log d$$

siendo:

$\log v = y$; $\log d = x$; $\log a = a$

entonces se tiene :

$y = a * bx$, que es la ecuación lineal

$a =$ constante que indica el origen de la recta en el eje y

$b =$ constante de la regresión (inclinación de la recta)

$x =$ variable independiente

$y =$ variable dependiente

d) Ejemplo

Aplicar los pasos indicados para el cálculo de las constantes a y b de la fórmula $v = ad^b$ para los datos presentados abajo:

n	1	2	3	4	5	6
	D (cm.)	v (m^3)	$\log d$	$\log v$ $(v+2)$	$(\log d)^2$	$\log d * \log v$
1	22,5	0,33	1,3522	1,5185	1,8289	2,0532
2	27,5	0,53	1,4393	1,7243	2,0717	2,4818
3	32,5	0,82	1,5119	1,9395	2,2858	2,9223
4	32,5	1,21	1,5740	2,0832	2,4776	3,2783
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
17	102,5	12,86	2,0107	3,1089	4,0430	6,2511
18	107,5	9,66	2,0314	2,9849	4,1266	6,0637
			31,8929	45,5939	57,2189	82,3957

TC para $\sum(\log d)^2 = \dfrac{31{,}8929^2}{18} = 56{,}5260$

TC para $\sum(\log d * \log v)$ = $\dfrac{31{,}8929 * 45{,}5936}{18} = 80{,}7845$

$\dfrac{\sum \log d}{n}$ = $\dfrac{31{,}8929}{18} = 1{,}7718$

$\dfrac{\sum \log v}{n}$ = $\dfrac{45{,}5939}{18} = 2{,}5329$ $\therefore$ $2{,}5329 - 2 = 0{,}5329$ se resta –2 porque en la columna 4 de la tabla se aumentó +2 a fin de evitar las características negativas del logaritmo del volumen.

$$SCPC = \sum(\log d)^2 - \frac{\left(\sum \log d\right)^2}{n} = 57{,}2189 - \frac{31{,}8129}{18} = 57{,}2189 - 56{,}2266 = 0{,}6918$$

$$SPC = \sum(\log d * \log v) - \frac{\sum \log d * \sum \log v}{n} = 82{,}3957 - \frac{31{,}8929 * 45{,}5939}{18}$$

$$= 82{,}3957 - 80{,}7845 = 1{,}6112$$

$$b = \frac{1{,}6112}{0{,}6918} = 2{,}3362$$

$$\log a = 0{,}5329 - \frac{2{,}3362 * 1{,}771}{18} = -3{,}6041$$

$$\log a = -3{,}6041 * 2{,}3362 \log d$$

$$v = \frac{d^{2,3362}}{anti\log 3{,}6041} = \frac{d^{2,3362}}{4018{,}8}$$

$$v = 0{,}002 d^{2,3362}$$

$$\log v = \log 0{,}002 + 2{,}3362 \log d$$

$$\log v = -2{,}4728$$

$$v = \frac{1}{anti\log 2{,}4728} = \frac{1}{297{,}03}$$

$$v = 0{,}0033$$