CAPITULO 5. VOLUMETRÍA

5.1. Generalidades

Volumen es la magnitud tridimensional de un objeto, expresado en unidades cúbicas, las cuales son derivadas de alguna unidad de longitud.

En término de aprovechamiento comercial el tranco (fuste) es la parte más importante del árbol, y por esta razón en él está basado el volumen del árbol.

En la determinación del volumen de árboles, se quiere conocer principalmente diferentes tipos de surtidos (ver figura 5.1):

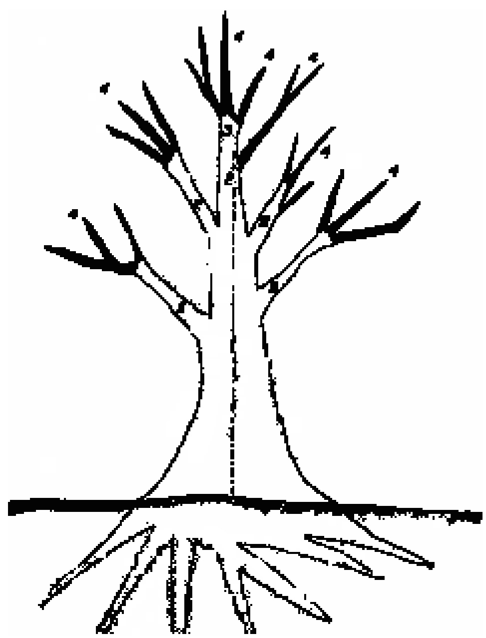

Figura 5.1: tipos de surtidos de madera de un árbol

1 Madera gruesa del fuste	+	2 Madera gruesa de las ramas	=	Madera gruesa
+		+		+
3 Madera fina del fuste	+	4 Madera fina de las ramas	=	Madera fina
=		=		=
Madera del fuste	+	Madera de las ramas	=	Madera del árbol

- V_t = ***<u>Volumen total</u>*** (Madera + Corteza + gajos).
- V_f = ***<u>Volumen del fuste o tronco</u>*** (Madera + Corteza - Gajos).
- V_{mf} = ***<u>Volumen de madera del fuste</u>*** (Volumen del fuste - Volumen de la corteza).
- V_g = ***<u>Volumen de los gajos</u>*** (Volumen total - Volumen del fuste).
- V_c = ***<u>Volumen conercial</u>*** (Volumen de madera + Corteza + Gajos que se venden).
- $V_{c/c}$ = ***<u>Volumen de la corteza</u>*** (Volumen del fuste - Volumen de la madera).

En la práctica forestal hay, generalmente, necesidad de conocer:

a) el volumen exacto d un árbol, donde se recurre a medición directa de todas las partes del árbol para su cubicación (*Medición de Volumen*).

b) El volumen aproximado de un árbol, para lo cual se hace la medición de una o más variables y sobre la ase de las mismas es estimado el volumen (*Estimación de Volumen*).

En este capítulo se hará una serie de consideraciones sobre los métodos de cuantificar volúmenes reales, a través de los cuales se pueden obtener ecuaciones de volumen, el factor de forma, las funciones de formas, o también obtener ecuaciones del rodal, entre otras.

A partir de estas ecuaciones o del factor de forma medio, es que pueden ser estimados los volúmenes de árboles individuales y/o por unidad de área, bastando que sólo sean hechas mediciones en los árboles o en partes de los árboles que componen el bosque

La cuantificación del volumen real de los árboles o de parte de los árboles es importante, pues a partir de ella se puede:

1. generar ecuaciones de volumen, a través de las cuales se puede estimar el volumen cualquier árbol de la población;
2. generar factor de forma medio, a través del cual se puede estimar el volumen de cualquier otro árbol de la población;
3. generar funciones de forma o razones de volumen, que posibiliten cuantificar surtidos de cualquier otro árbol de la población;
4. conocer volumen y porcentaje de corteza, obtener los más diversos volúmenes comerciales, obtener factores que posibiliten convertir volumen sólido en volumen de madera apilada en metro para carbón vegetal (mdc), entre otros;
5. en asociación con la densidad de madera y el peso, generar ecuaciones de biomasa, a través de la cual se puede estimar el peso seco de cualquier otro

árbol de la población, usando apena cono datos de entrada en la ecuación, el diámetro a 1,30 m con corteza y la altura total;

6. serie de base para establecer modelos de pronósticos de la producción, elemento sin el cual no se hace la planificación forestal;
7. establecer una base consistente y precisa de datos, que posibilitarán la elaboración de planes de manejo optimizados, para bosques plantados y naturales (nativos), lo que es fundamental para la empresa forestal; y
8. establecer una base consistente y precisa de datos, que posibilitarán, la implementación y análisis de propuestas o planes o planes de manejo sostenible.

5.2. Métodos para calcular volumen de árboles

La determinación directa del volumen de las partes del árbol se hace, en general, en árboles de muestra, con el fin de obtener datos básicos para el estudio de funciones que describen las relaciones entre las arias dimensiones del árbol y su volumen.

El volumen real de los árboles se puede calcular a través del:

a) Desplazamiento del agua o método del xilómetro;
b) Peso;
c) Cubicación rigurosa (fórmulas patrones);
d) Método gráfico.

5.2.1. Desplazamiento del agua o método del xilómetro

En este caso el volumen real puede ser obtenido de dos maneras:

5.2.1.1. Principio de Arquímedes

La pérdida aparente de peso de un cuerpo inmerso o flotante es igual al peso del líquido que él desplaza. Este procedimiento se muestra en una ilustración del **xilómetro** en la figura 5.2.

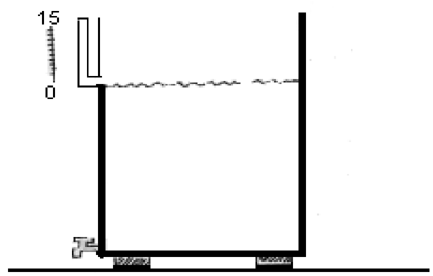

Figura 5.2: Esquema de un xilómetro

5.2.1.2. **Método del Xilómetro**

Consiste de un tambor metálico en el cual es hecha una graduación para obtener el volumen de madera a través del desplazamiento de agua, cuando la madera es sumergida en un tanque con agua. Las dimensiones del tambor pueden ser las más variadas. De manera general tiene diámetro de 60 cm y altura de 80 cm a 1,30 m.

La graduación de este instrumento puede ser en litros o en volumen.

En el ejemplo que está representado en la figura 5.3, se observa que en la cubeta hubo un desplazamiento de 20 litros de agua, entonces el volumen en m^3 se obtiene por regla de tres simple, es decir:

1 m^3----------------- 1000 litros
v -------------------------20 litros   v = 0,020 m^3

5.2.1.3. Graduación del Xilómetro

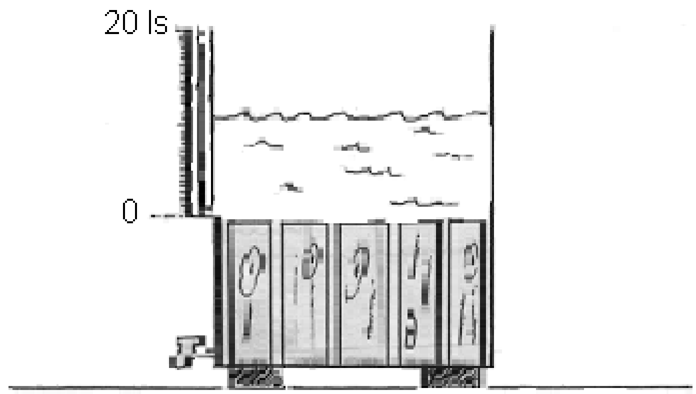

Figura 5.3: Cálculo del volumen por desplazamiento del líquido

Este, estando en nivel, es llenado de agua hasta que corresponda al cero de la graduación. A partir de este punto, se adiciona cantidades constantes de agua de litro en litro y se marca en el tubo de vidrio el lugar en que subió de nivel el agua referente a cada litro colocado, actuando así hasta llegar a la parte superior.

5.2.1.4. Uso del Xilómetro

El uso está limitado a investigación y eventualmente, en una condición muy excepcional, a áreas de vegetación sin fuste principal definido, con tortuosidad y donde el acceso es fácil. Ejemplo, en matorrales.

La obtención del volumen se hace a través del desplazamiento de agua, cuando pequeñas porciones del tronco o cuerpos de pruebas, son sumergidas en el xilómetro. En una cubeta de laboratorio, por ejemplo, en la cuantificación de volumen de pequeños cuerpos de prueba, conforme está ilustrado en la figura 5.4 siguiente:

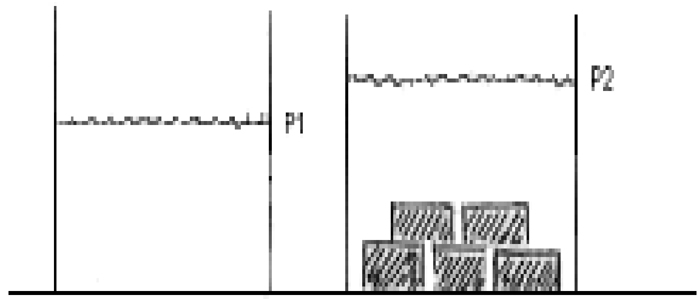

Figura 5.4: Cálculo del volumen por diferencia de peso

- Se pesa la cubeta con agua, obteniéndose el peso 1 (p_1);

- sumergir la muestra (cuerpos de prueba) dejándola sumergida. Se vuelve a pesar la cubeta, obteniéndose el peso 2 (p_2).

$$V = p_2 - p_1$$

Utilizando relaciones entre peso y volumen se tiene que el volumen en centímetro cúbico es igual al peso en gramos.

Así si la diferencia de peso de la cubeta conteniendo el cuerpo de prueba fuera de 1oo gramos esto significa que el volumen del cuerpo de prueba será 100 cm^3.

5.2.2. Cálculo del volumen por el peso

Esta es una manera común de comprar madera de pequeña dimensión, principalmente las empresas de celulosa.

En este caso se puede usar una densidad aparente media y a través del pesaje del vehículo que transporta la madera, se puede obtener el volumen descontándose para esto el peso del camión vacío.

$$v = \frac{p}{d} \qquad (5.1)$$

Donde:

$v =$ volumen en m^3;

$p =$ peso en gramos (g) ; y

$d =$ densidad en g/m^3

Como esta densidad varía mucho, a medida que, después del corte, se puede dejar la madera más o menos tiempo en el campo, se cree que haciendo uso del xilómetro se puede obtener volumen o peso verde de madera con muy buena precisión.

Ejemplo ilustrativo

Una empresa de celulosa está comprando la producción de un de un área de 30 hectáreas con Eucalyptus saligna con 7 años de edad. El pago de la empresa de celulosa será hecho por la cuantificación del volumen, a través del peso de esta madera, que al ser transportada por el camión, el mismo será pesado. Las trozas tienen tamaño estandarizado y en la propia fábrica que posee un xilómetro fue hecho un muestreo en cada camión y se encontró los siguientes valores medios:

6. peso total del camión ---------------------- 20 ton.

7. Peso del camión vacío ----------------------2,5 ton.

8. Peso de 4 lotes con igual cantidad de trozas retiradas de cada camión:

   - lote 1 = 0,0150 ton = 15 000 g

   - lote 2 = 0,0140 ton = 14 000 g

   - lote 3 = 0,0146 ton = 14 600 g

   - lote 4 = 0,0171 ton = 17 100 g

9. Volumen de agua desplazado por los 4 lotes

- lote 1 = 0,030 m^3 = 20 lts. = 30 000 cm^3
- lote 2 = 0,027 m^3 = 27 lts. = 27 000 cm^3
- lote 3 = 0,033 m^3 = 33 lts. = 33 000 cm^3
- lote 4 = 0,029 m^3 = 29 lts. = 29 000 cm^3

Cono la densidad (d) se obtiene por la razón del peso sobre el volumen, se tiene fácilmente la densidad de cada lote. Por tanto la densidad de los lotes es:

$$d_1 = \frac{15000g}{3000cm^3} = 0{,}5\, g/cm^3$$

$$d_2 = \frac{14000g}{27000cm^3} = 0{,}5185\, g/cm^3$$

$$d_3 = \frac{14600g}{33000cm^3} = 0{,}4424\, g/cm^3$$

$$d_4 = \frac{17100g}{29000cm^3} = 0{,}5896\, g/cm^3$$

Entonces, la densidad media ($\bar{d}$) es igual a *0,5126 g/cm^3*. Dividiendo el peso de la madera transportada por la densidad media de los lotes, se tiene el volumen de madera transportado, o sea, el peso de madera en el camión es es de 17500000 g y por tanto el volumen transportado es:

$$v = \frac{17500000g}{0{,}5126\, g/cm^3} = 34139680cm^3$$

$$v = 34{,}139m^3$$

5.2. 3. Cubicación Rigurosa

Se puede asumir que las partes del árbol se asemejan a determinados sólidos geométricos (ver figura 5.5).

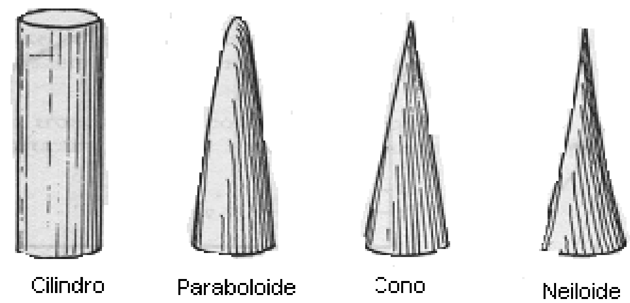

Figura 5.5: Sólidos geométricos o tipos dendrométricos que definen aproximadamente las formas de un árbol

Es muy común que la base del árbol se asemeja a un tipo especial de parábola denominado neiloide, o a un cilindro; que la porción intermedia se asemeja a un paraboloide, y que la punta se asemeja a un cono, entre otros. Si fuese clara y eficiente la localización del inicio y de la terminación de las partes del árbol que se asemejan a un determinado sólido geométrico, según se puede visualizar en la figura 5.6 abajo, bastaría que fuese calculado el volumen de la porción del árbol, conforme el sólido geométrico semejante. Sin embargo, este hecho no eso posible. Por eso fueron desarrolladas varias fórmulas (metodologías) para hacer la cubicación rigurosa de los árboles.

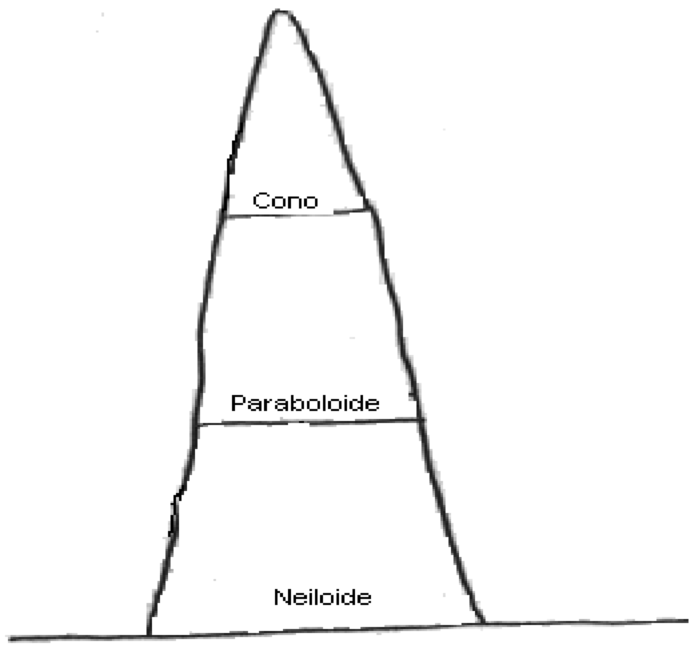

Figura 5.6: Semejanza de las partes de un árbol con los sólidos geométricos

Los métodos de cubicación rigurosa, recomendados para en árboles derribados, pueden ser divididos en:

a) métodos de cubicación absoluta; y ´

b) métodos de cubicación relativas.

5.2.3.1. Métodos de cubicación absolutas

En estos métodos serán utilizadas las fórmulas de SMALIAN, HUBER, NEWTON Y HOSSFELD.

5.2.3.1.1 Fórmula de SMALIAN

Aplicando esta fórmula se obtiene el volumen por el producto de la media aritmética de las áreas seccionales de los extremos de la sección por su longitud.

$$v = \left(\frac{g_i + g_{i+1}}{2} \right) * L \qquad (5.2)$$

Donde:

$v =$ volumen de la sección del árbol considerada;

$g_i =$ área seccional de un extremo de la sección;

$g_{i+1} =$ área seccional del otro extremo de la sección; y

$L =$ longitud de la sección

Esta fórmula fue concebida por SEPTOFONTAINES en 1791 y, posteriormente, introducida en Alemania por SMALIAN.

Para hacer una cubicación rigurosa, normalmente son derribados los árboles de los cuales se desea obtener el volumen real, si el bosque es una plantación. En el caso de bosques naturales no se derriba el árbol y la cubicación rigurosa puede hacerse subiéndose al árbol o efectuando mediciones con el pentaprisma de Wheeler acoplado a un Suunto, o a través del Relascopio de Bitterlich, toda vez que el interés mayor es obtener volumen del fuste, para el uso de aserrio o para laminación. Ya en monte bajo o matorral, por la enormidad de gajo o falta de fuste principal el derribo de los árboles es inevitable, ya que la utilización de esta madera es prioritariamente para leña y carbón.

Incluso existiendo madera para aserrio, los gajos serán aprovechados para los fines mencionados arriba.

Consideremos con el fin de ilustración (figura 5.7) un árbol derribado en el cual se desea obtener el volumen real:

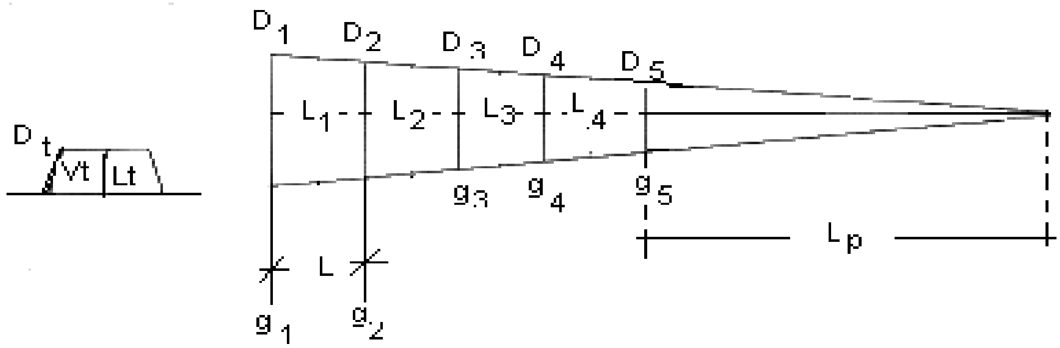

Figura 5.7: Cubicación rigurosa por el método de SMELIAN

donde:

D_{is} = diámetros tomados en los extremos de las secciones;

L_i = longitud de las secciones;

g_{is} = áreas seccionales de los extremos de las secciones;

L_p = longitud de la punta del árbol;

V_{is} = volumen de las secciones;

V_p = volumen de la punta del árbol (calculado siempre cono volumen del cono):

L_t = longitud del tocón; y

V_t = volumen del tocón (calculado cono volumen del cilindro)

Para los fines de cálculo del volumen del árbol, se puede adoptar dos procedimientos:

1. Considerando secciones de tamaños desiguales (L diferentes)

$$v_1 = \left(\frac{g_1 + g_2}{2}\right) * L_1 \quad ; \quad v_2 = \left(\frac{g_2 + g_3}{2}\right) * L_2 \quad ; \quad v_3 = \left(\frac{g_3 + g_4}{2}\right) * L_3 \quad ; \quad v_4 = \left(\frac{g_4 + g_5}{2}\right) * L_4$$

$v_5 = \left(\frac{g_4 + g_5}{2}\right) * L_5$; $v_t = g_t * L_t$; $v_p = \frac{1}{3} g_6 * L_p$

El volumen total del árbol (V), excluido el tocón y la punta, se obtiene como:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 \qquad (5.3)$$

El volumen total del árbol (V), excluido el tocón, es obtenido como:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_p \qquad (5.4)$$

El volumen total del árbol (V), excluyendo la punta, será:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_t \qquad (5.5)$$

El volumen total del árbol (V), incluido el tocón y la punta, es obtenido como:

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_t + v_p \qquad (5.6)$$

2. Considerando las secciones del mismo tamaño

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 \qquad (5.7)$$

$$V = \left[\left(\frac{g_1 + g_2}{2}\right) * L + \left(\frac{g_2 + g_3}{2}\right) * L + \left(\frac{g_3 + g_4}{2}\right) * L + \left(\frac{g_4 + g_5}{2}\right) * L + \left(\frac{g_5 + g_6}{2}\right) * L\right]$$

$$V = L\left[\left(\frac{g_1 + g_6}{2}\right) + \frac{2g_2}{2} + \frac{2g_3}{2} + \frac{2g_4}{2} + \frac{2g_5}{2}\right]$$

Si los diámetros son tomados en centímetros, entonces:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left[\left(\frac{D_1^2 + D_6^2}{2}\right) + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_5^2\right] \qquad (5.8)$$

Si se desea el volumen de la punta, basta sumarlo a la expresión (5.8)

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left[\left(\frac{D_1^2 + D_6^2}{2}\right) + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_5^2\right] + v_p$$

Generalizando la expresión se tiene que el volumen del árbol, excluyendo el tocón se obtiene a través de:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left[\left(\frac{D_1^2 + D_n^2}{2}\right) + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_{n-1}^2\right] + v_p \qquad (5.9)$$

Si fuera tomada en el campo la circunferencia (C) en centímetro en lugar del diámetro, entonces la expresión asume la forma:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left[\left(\frac{C_1^2 + C_n^2}{2}\right) + C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + C_{n-1}^2\right] + v_p \qquad (5.10)$$

La medida de la circunferencia, en cubicación rigurosa, es tomada cuando se hace la cubicación en árboles en pie, normalmente en bosque natural. En esta circunstancia, una de las posibilidades es que el operador suba al árbol, midiéndolo de espacio a espacio.

5.2.3.1.2. Fórmula de HUBER

Con esta formula el volumen es obtenido por el producto del área seccoional tomada a la mitad de la sección y la longitud de la sección.

Esta fórmula fue creada por KAESTNER en 1758 y en 1825 se dio a conocer a partir de los estudios de HUBER.

$$V = g_m * L \qquad (5.11)$$

Donde:

V = volumen de la sección;

g_m = área seccional tomada en el medio de la sección; y

L = longitud de la sección

En la figura 5.8 se representa un esquema que muestra el lugar donde se muden los diametros para aplicar la fórmula de HUBER.

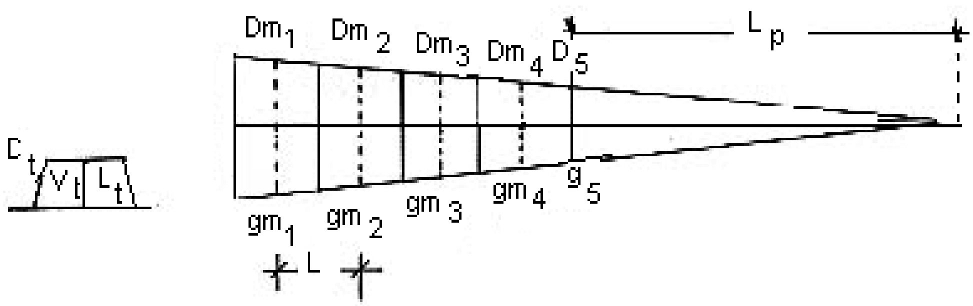

Figura 5.8: Cubicación rigurosa por el método de HUBER

donde:

D_{mi} = diámetro en la mitad de la sección;

D_t = diámetro del tocón;

D_5 = diámetro de la base del cono;

g_{mi} = área seccional en la mitad de la sección;

g_5 = área seccional de la base del cono;

L = longitud de la sección;

L_t = Longitud del tocón;

L_p = longitud de la punta;

V_i = volumen de la sección;

V_t = volumen del tocón (calculado cono volumen del cilindro); y

V_p = volumen de la punta (calculado cono volumen del cono).

Para fines de cálculo del volumen del árbol, también, al igual que para SMALIAN, se puede adoptar dos procedimientos:

1. Considerando las secciones de tamaños iguales

$V_t = g_t * L_t$; $V_1 = g_{m1} * L_1$; $V_2 = g_{m2} * L_2$; $V_3 = g_{m3} * L_3$; $V_4 = g_{m4} * L_4$

$$V_p = \frac{1}{3} g_5 * L_p \qquad (5.12)$$

El volumen total del árbol (V), excluido el tocón y la punta, es obtenido como:

$V = V_1 + v_2 + V_3 + V_4$

El volumen total del árbol (V), excluido el tocón, es obtenido como:

$V = V_1 + v_2 + V_3 + V_4 + v_p$

El volumen total del árbol (V), incluido el tocón y la punta, es obtenido como:

$V = V_1 + v_2 + V_3 + V_4 + v_t + v_p$

2. Considerando las secciones del mismo tamaño (L iguales)

$V = V_1 + v_2 + V_3 + V_4$

$V_t = gm_1 * L + g_{m2} * L + g_{m3} * L + g_{m4} * L$

$$V = L\ (gm_1 + g_{m2} + g_{m3} + g_{m4}) \qquad (5.13)$$

Si los valores de diámetros son tomados en centímetros, entonces:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left(D_{m1}^2 + D_{m2}^2 + D_{m3}^2 + D_{m4}^2\right) \qquad (5.14)$$

Si se desea el volumen de la punta, basta sumarla a la expresión (5.14).

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left(D_{m1}^2 + D_{m2}^2 + D_{m3}^2 + D_{m4}^2\right) + v_p \qquad (5.15)$$

Generalizando la expresión se tiene que el volumen del árbol, excluyendo el tocón se obtiene a través de la expresión general siguiente:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left(D_{m1}^{2} + D_{m2}^{2} + D_{m3}^{2} + D_{mn-1}^{2} + D_{mn}^{2}\right) + v_{p} \qquad (5.16)$$

Si en el campo, en vez de del diámetro, se toma la circunferencia (C), la expresión asume la forma:

$$V = L * \frac{\pi}{40000}\left(C_{m1}^{2} + C_{m2}^{2} + C_{m3}^{2} + C_{mn-1}^{2} + C_{mn}^{2}\right) + v_{p} \qquad (5.17)$$

5.2.3.1.3. Fórmula de NEWTON

Con la fórmula de NEWTON el volumen es obtenido de la siguiente manera:

$$v = \left(\frac{g_{1} + 4g_{m} + g_{i+1}}{6}\right) * L \qquad (5.18)$$

donde:

v = volumen de la sección;

g_i = área seccional del extremo de la sección;

g_{i+1} = área seccional del otro extremo de la sección;

g_m = área seccional de la mitad de la sección; y

L = longitud de la sección

Consideremos para los fines del cálculo un árbol derribado, del cual se desea saber el volumen real (ver figura 5.9).

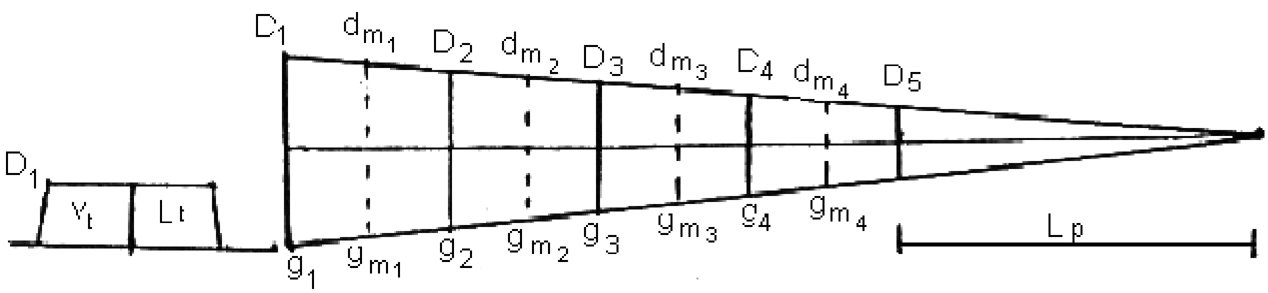

Figura 5.9: Cubicación rigurosa con la fórmula de Newton

donde:

D_i = diámetro de los extremos de las secciones;

d_{mi} = diámetro en la mitad de la sección;

g_i = área seccional de los extremos de las secciones;

g_{mi} = área seccional tomada en la mitad de la sección;

v_i = volumen de la sección;

v_t = volumen del tocón (calculado cono volumen del cilindro);

v_p = volumen de la punta (calculado cono volumen del cono);

L_i = longitud de la sección;

L_t = longitud (altura) del tocón; y

L_p = longitud de la punta

Al igual que en el cálculo del volumen con las fórmulas de SMALIAN y HUBER, con la fórmula de Newton también se pueden adoptar dos procedimientos:

1. Considerando las secciones de tamaños desiguales (diferentes L)

$v_1 = \left(\frac{g_1 + 4g_{m1} + g_2}{6}\right) * L_1$; $v_2 = \left(\frac{g_2 + 4g_{m2} + g_3}{6}\right) * L_2$; $v_3 = \left(\frac{g_3 + 4g_{m3} + g_4}{6}\right) * L_3$

$v_4 = \left(\frac{g_4 + 4g_{m4} + g_5}{6}\right) * L_4$; $v_t = g_t * L_t$

$$v_p = \frac{1}{3} g_5 * L_p \qquad (5.19)$$

El volumen total del árbol (v), excluido el tocón y la punta, se obtiene como:

$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

El volumen total del árbol (V), excluyendo el tocón, es obtenido como:

$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_p$

El volumen total del árbol (V), incluyendo el tocón, será:

$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_p + v_t$

2. Considerando las secciones del mismo tamaño (L iguales)

$V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

$$V = \left(\frac{g_1 + 4g_{m1} + g_2}{6}\right) * L + \left(\frac{g_2 + 4g_{m2} + g_3}{6}\right) * L + \left(\frac{g_3 + 4g_{m3} + g_4}{6}\right) * L + \left(\frac{g_4 + 4g_{m4} + g_5}{6}\right) * L$$

$$V = \frac{L}{6}\left[g_1 + g_5 + 2(g_2 + g_3 + g_4) + 4(g_{m1} + g_{m2} + g_{m3} + g_{m4})\right]$$

Generalizando, tenemos:

$$V = \frac{L}{6}\left[g_1 + g_n + 2\left(g_2 + g_3 + g_4 + g_{n-1}\right) + 4\left(g_{m1} + g_{m2} + g_{m3} + g_{m4} + g_{mz-1} + ... + g_{mz}\right)\right] \quad (5.20)$$

Si se toma el diámetro en centímetro, entonces:

$$V = \frac{L}{6} * \frac{\pi}{40000}\left[D_1^2 + D_N^2 + 2\left(D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + D_{n-1}^2\right) + 4\left(D_{m1}^2 + D_{m2}^2 + D_{mz-1}^2 + ... + D_{mz}^2\right)\right] \quad (5.21)$$

Y si la circunferencia es tonada en centímetros, entonces:

$$V = \frac{L}{6} * \frac{\pi}{40000}\left[C_1^2 + C_N^2 + 2\left(C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + C_{n-1}^2\right) + 4\left(C_{m1}^2 + C_{m2}^2 + C_{mz-1}^2 + ... + C_{mz}^2\right)\right] \quad (5.22)$$

5.2.3.1.4. Fórmula de HOSSFELD

Esta es la más simple de las fórmulas abordadas para la cubicación rigurosa. No existe necesidad, incluso en bosques plantados, de seccionar el árbol. Con esta fórmula se obtiene el volumen a partir del diámetro tomado a 1/3 de la altura del árbol, conforme se ilustra en la figura 5.10.

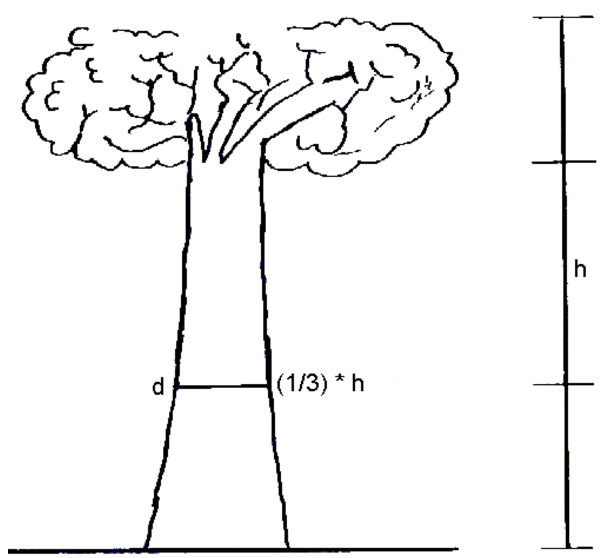

Figura 5.10: Medición del diámetro para calcular volumen por el método de HOSSFELD

$$V = \frac{3}{4} * g * h \qquad (5.23)$$

Donde:

H = altura del árbol;

g = área seccional obtenida a partir del diámetro tomado a $\frac{1}{3}$ de la altura del árbol;

$$g = \frac{\pi D_{0,33H}^{2}}{4} \qquad (5.24)$$

5.2.3.1.5. Recomendaciones sobre estos métodos

Para la aplicación de los métodos de cubicación rigurosa se sugiere las siguientes recomendaciones:

10. medir siempre el DAP y la altura total del árbol cubicado;
11. Newton es la manera más precisa de obtención del volumen;
12. Las secciones deben iniciarse lo más próximo posible del suelo, normalmente en torno a los 0,05 m para ***Pinus*** y ***Eucalyptus***;
13. Normalmente la longitud de las secciones está entre 1 y 2 m. Debe ser tal que se controle al máximo el efecto de la conicidad y que las secciones sean regulares;
14. Los puntos de medición, para la cubicación en ***Eucalyptus*** por la fórmula de SMALIAN, pueden seguir el esquema mostrado a continuación en la figura 5.11;

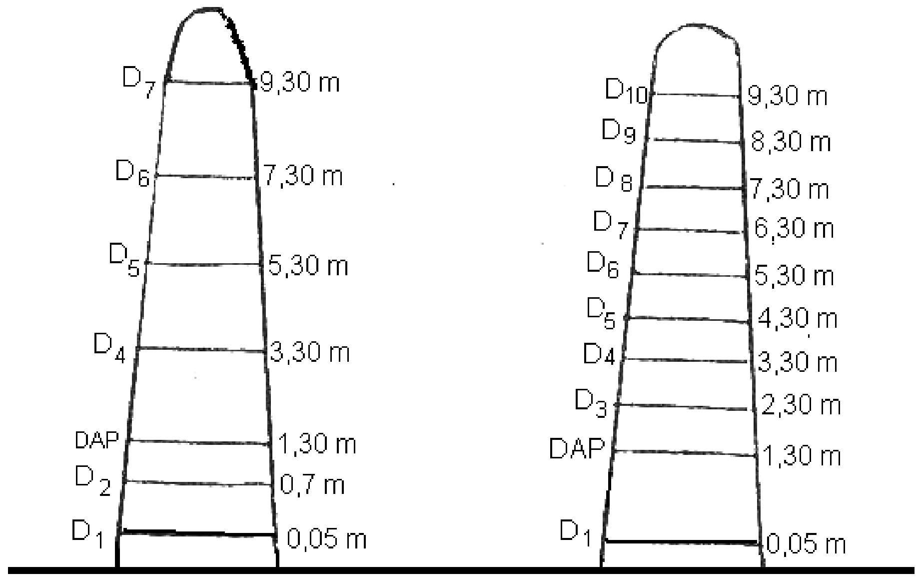

Figura 5.11: Puntos de medición para la cubicación en Eucalyptus por la fórmula de SMALIAN

15. Los puntos de medición, para la cubicación de Pinus por la fórmula de SMALIAN, pueden seguir el esquema mostrado en la figura 5.12;

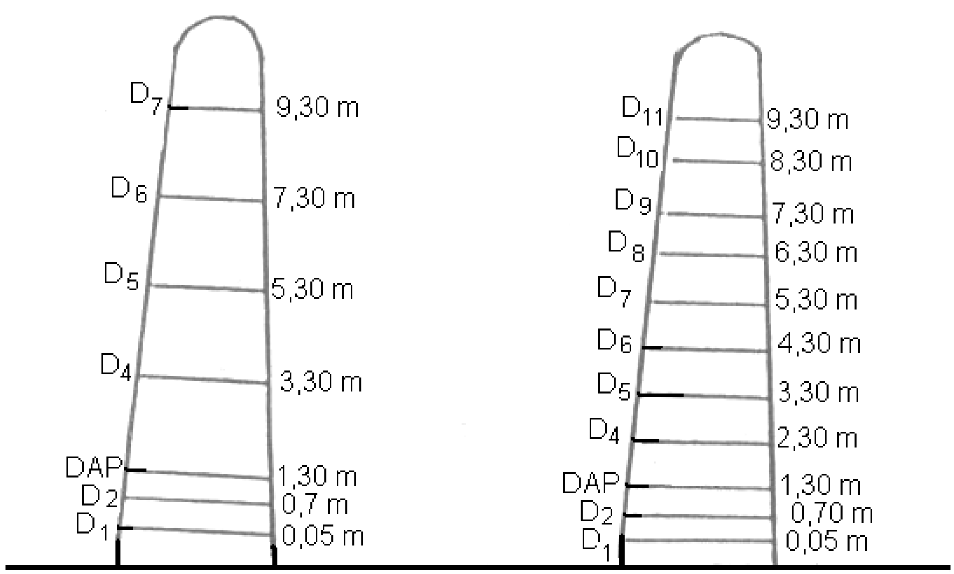

Figura 5.12: Puntos de medición para la cubicación de Pinus por la fórmula de SMALIAN

16. los puntos de medición, para la cubicación del fuste en bosque natural por la fórmula de SMALIAN, pueden seguir el esquema que se muestra en la figura 5.13;

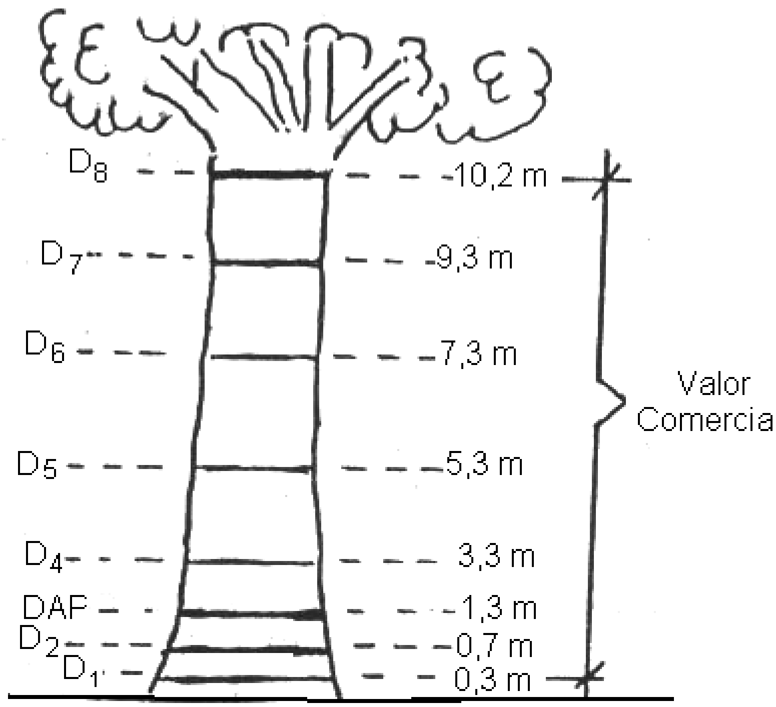

Figura 5.13: Puntos de medición para la cubicación de fustes en bosque natural

17. los puntos de medición para la cubicación de árboles o arbustos, incluyendo los gajos por la fórmula de SMALIAN, puede seguir el esquema que se muestra en la figura 5.14;

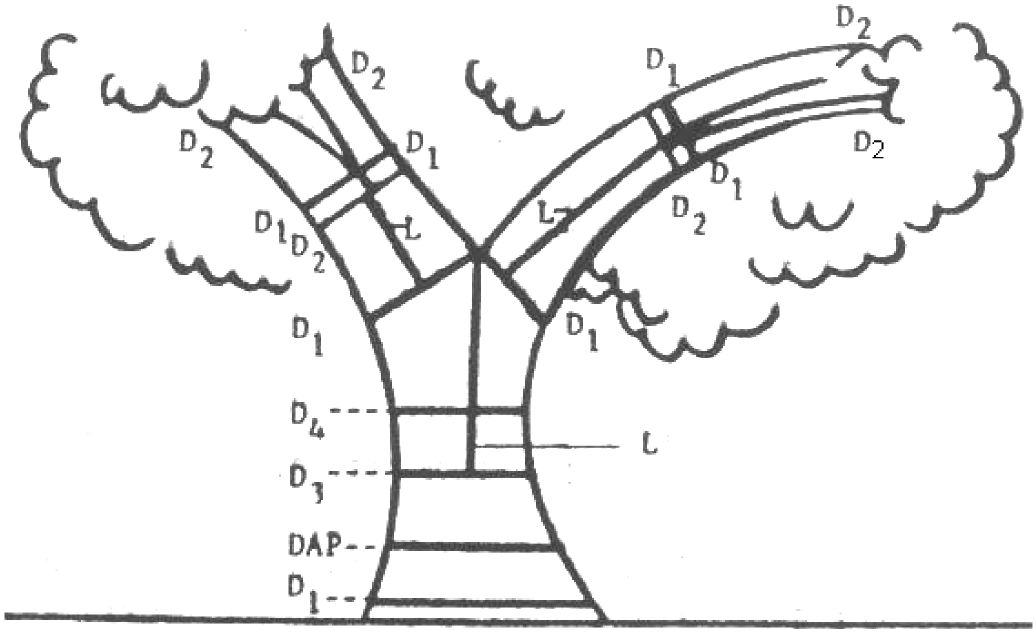

Fig. 5.14: Puntos de medición para la cubicación de árboles o arbustos, incluyendo los gajos por la fórmula de SMALIAN

18. en secciones de hasta 1,20 m HUBER y SMALIAN son iguales. Ya en secciones mayores que 2,5 m HUBER es preferible a SMALIAN;

19. si está calculando volumen total, entonces la última sección (la punta del árbol), debe ser calculada como si fuese un cono, conforme muestra la figura 5.15;

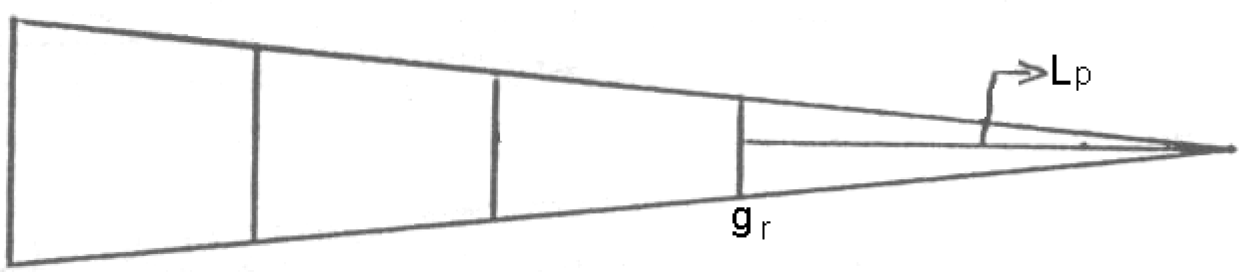

Figura 5.15: Cálculo de la última sección de un árbol

$$V_p = \frac{1}{3} * g_n * L_p$$

20. si se desea el volumen comercial, la última sección del árbol, puede tener su volumen obtenido por la fórmula normal, o por el uso de la fórmula del tronco de cono, como se muestra en el esquema de la figura 5.16.

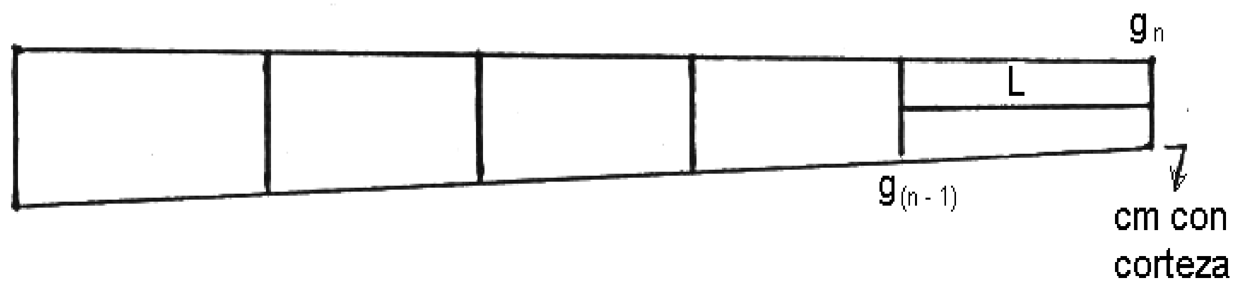

Figura 5.16: Cálculo del volumen de la última sección del árbol por la fórmula del tronco de cono

$$V = \left(\frac{g_{n-1} + g_n}{2}\right) * L \qquad \text{ó} \qquad V_{troncocono} = \left(\frac{g_{n-1} + g_n + \sqrt{g_{n-1} + g_n}}{3}\right) * L \qquad (5.25)$$

5.2.3.2. Métodos de cubicación relativos

En estos métodos serán utilizadas las fórmulas de HOHENADL y de la FAO. En este caso cada sección o troza representa un porciento de la altura del árbol.

5.2.3.2.1. Método de HOHENADL

Consiste en dividir el árbol o troza en cinco, diez o más partes de igual tamaño y calcular el volumen por el método de HUBER.

Este método es usado en trabajos prácticos y científicos cuando se desea determinar el factor de forma, los verdaderos cocientes de forma e incluso en el estudio de forma de los troncos.

El seccionamiento propuesto por HOHENADL implica el conocimiento previo de la altura total del árbol del ápice a la base, conforme se representa en la figura 5.17.

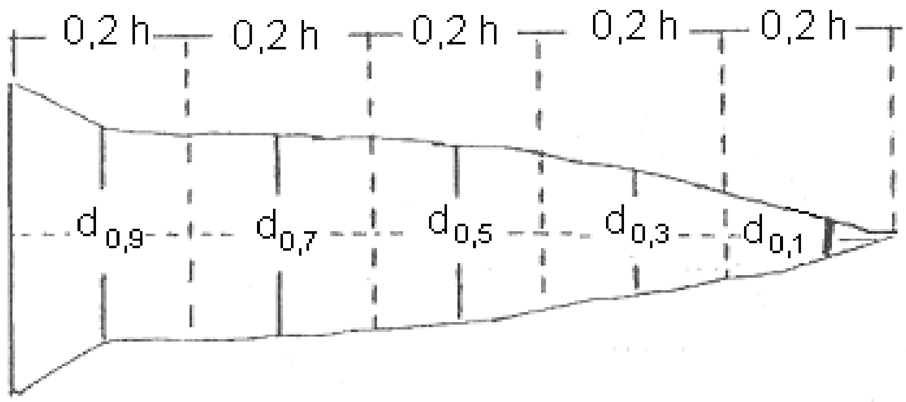

Figura: 5.17: Cubicación rigurosa por el método de HOHENADL

Los puntos indicados por $d_{0,9}$, $d_{0,7}$, $d_{0,5}$, $d_{0,3}$ y $d_{0,1}$ a lo largo del tronco son los diámetros relativos en la posición de 90, 70, 50, 30 y 10 porciento de la altura total tomadas a partir del ápice.

Para obtener cinco (5) o diez (10) partes de igual longitud las secciones son tomadas a 0,2, 0,1 de la altura total, respectivamente.

El volumen del árbol está dado por:

$$V = 0{,}2h\frac{\pi}{4}d_{0,9}^2\left[0{,}1\left(\frac{d_{0,7}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,5}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,3}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,1}}{d_{0,9}}\right)^2\right] \qquad (5.26)$$

Este volumen es calculado en función de los cocientes de formas, los cuales son expresados por la razón entre los diámetros de HOHENADL y el $d_{0,9}$.

Los cocientes de forma natural pueden expresarse cono sigue:

$$V = 0{,}2h\frac{\pi}{4}d_{0,9}^2\left(1{,}0 + \eta_{0,7}^2 + \eta_{0,5}^2 + \eta_{0,3}^2 + \eta_{0,1}^2\right) \qquad (5.27)$$

Donde:

V = volumen del tronco;

H = altura total;

$d_{0,i}$ = diámetros relativos de HOHENADL; y

$\eta_{0,i}$ = cocientes de forma.

5.2.3.2.2. Método de la FAO

Es una adaptación de la fórmula de HOHENADL más específicamente para aquellos árboles o especies que presentan mayor deformación en su base a 16 y a 5/6 de su longitud.

5.2.4. Método Gráfico

En este caso el volumen es obtenido a través un planímetro, por medio del cual, se cuantifica la superficie del perfil del árbol. Este perfil es trazado gráficamente en papel milimetrado, utilizando las medidas de las varias secciones de los árboles que fueron seleccionados en el campo a través de la cubicación de los mismos.

En el eje de las ordenadas la graduación está en áreas, con regraduación en diámetros para eliminar la necesidad del cálculo de las áreas. ***En el eje de las abcisas***, la graduación corresponde a las alturas. Señalándose en el impreso los puntos correspondientes a los diámetros medidos a diferente alturas del árbol, se permite el trazado de una curva.

El volumen es determinado por el producto del área calculada con planímetro, por el factor de conversión apropiado, que convierte áreas en volúmenes de acuerdo con el impreso utilizado.

Este método de cubicación presenta resultados más precisos que los mencionados anteriormente porque permite la cubicación de ramas (gajos) y así obtener el volumen total del árbol con bastante aproximación. Para este tipo de cubicación es más usado los árboles derribados. Los datos (informaciones) que se requieren son: los diámetros del fuste a diferentes alturas (figura 5.18).

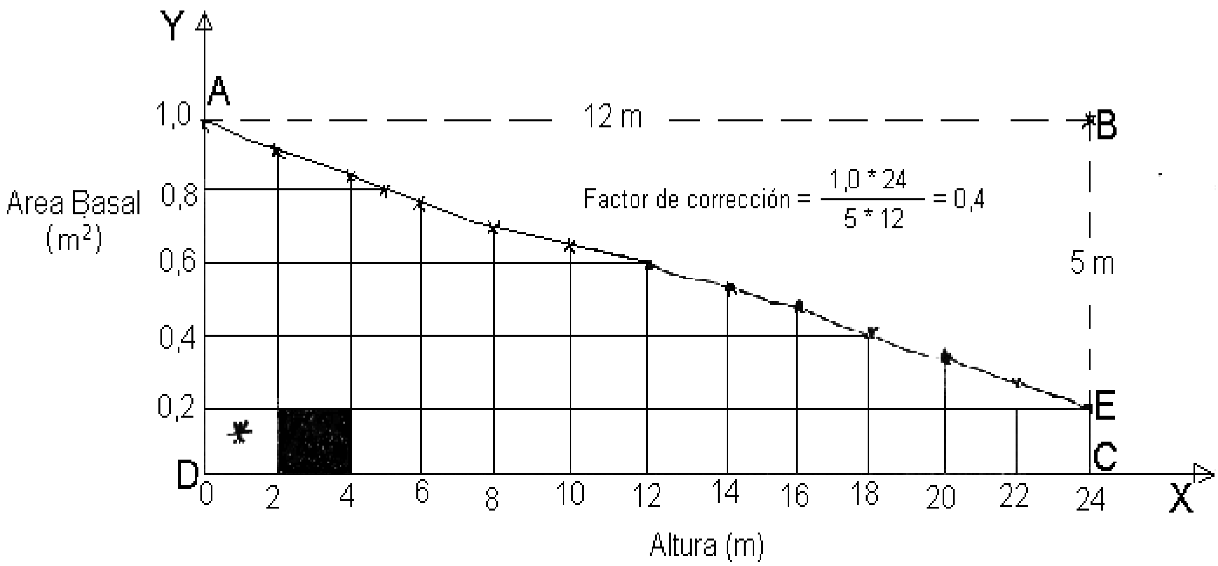

Figura 5.18: Cálculo de volumen de un árbol por método gráfico

$$* \ 1cm^2 = \frac{0,2*2}{1*1} = 0,4 \ m^3$$

Los datos están distribuidos en el sistema de coordenadas, siendo:

X = altura en metros; y

Y = área basal en m^2

Luego se unen los puntos y se obtiene un gráfico que presenta la siguiente relación:

$$\frac{área.ABCD}{área.ADCE} = \frac{volumen.del.cilindro.de.base.AD.y.longitus.DC}{volumen.del.árbol}$$

$$volumen.del'.árbol = \frac{volumen.del.cilindro.de.base.AD.y.longitud.DC * área.ADCE}{área.ABCD.(del.árbol)}$$

donde:

área *ADCE* = es el área de la figura con los datos obtenidos del árbol; y

área *ABCD* = es obtenida al formar un rectángulo con los puntos extremos cde la figura.

El cilindro de base *AD* es un cilindro de base igual al área basal mayor y la altura del árbol.

Si la relación;

$$\frac{volumen.del.cilindro.de.base.AD}{área.del..rectángulo.ABCD} = Factor.de.conversión$$

Entonces, se tiene que el volumen del árbol será:

*Volumen = (área ADCE) * (factor de conversión)*

Cuando se trabaja con papel milimetrado y los ejes se gradúan con igual forma, es fácil encontrar el factor de conversión para 1 cm^2 o cualquier múltiplo a base de la misma relación de volumen sobre el área.

Así se puede determinar (calcular) el volumen del árbol contando el número de mm^2 del área oscurecida y multiplicar por el factor de conversión.

5.2.5. Ejercicio de ejemplo

Dada la altura de las respectivas secciones y sus diámetros, con y sin corteza, se puede determinar el volumen del árbol por los métodos de SMALIAN, HUBER, NEWTON y HOHENADL.

Observación: La longitud de cada sección es igual a 2,0 metros.

Datos del árbol der4ribado

Alturas de las secciones (m)	Diámetros con corteza (cm)		Diámetro sin corteza (cm)
	Tipos	Valores	
0,0	d_1	40,0	35,0
0,5		39,0	34,5
0,6	$d_{0,9}$	38,8	34,4
1,0	d_{m1}	38,0	34,0
1,3	$d_{1,30}$	37,0	33,0
1,5	$d_{0,7}$	36,5	32,5
1,8		35,6	31,6
2,0	d_2 y $d_{0,5}$	35,0	31,0
2,5		33,5	30,0
3,0	d_{m2}	32,0	29,0
3,5		30,5	28,5
4,0	d_3	29,0	28,0
4,2	$d_{0,3}$	28,0	26,4
4,5		26,5	24,0
5,0	d_{m3}	24,0	20,0
5,4	$d_{0,1}$	22,4	18,8
5,5		22,0	18,5
6,0	d_4	20,0	17,0

a) SMALIAN

- $* \; V_{c/c} = \frac{\pi}{4}\left[d_1^2 + d_4^2 + 2(d_2)^2 + 2(d_3)^2\right]$

$$= \frac{\pi}{4}\left[0{,}40^2 + 0{,}20^2 + 2(0{,}35)^2 + 2(0{,}29)^2\right] = 0{,}16 + 0{,}04 + 0{,}245 + 0{,}1682$$

$$V_{c/c} = 0{,}481607.m^3$$

- $$* \; V_{s/c} = \frac{\pi}{4}\left[d_1^2 + d_4^2 + 2(d_2)^2 + 2(d_3)^2\right]$$

$$= \frac{\pi}{4}\left[0{,}35^2 + 0{,}17^2 + 2(0{,}31)^2 + 2(0{,}28)^2\right] = 0{,}1225 + 0{,}0289 + 0{,}1922 + 0{,}1568$$

$$V_{s/c} = 0{,}393014.m^3$$

b) HUBER

- $$V_{c/c} = \frac{\pi}{4}\left[\left(d_{m1}^2 + d_{m2}^2 + d_{m3}^2\right) * L\right]$$

$$= \frac{\pi}{4} * 2\left(0{,}38^2 + 0{,}32^2 + 0{,}24^2\right) = 0{,}1444 + 0{,}1024 + 0{,}0576$$

$$V_{c/c} = 0{,}478151.m^3$$

- $$V_{s/c} = \frac{\pi}{4}\left[\left(d_{m1}^2 + d_{m2}^2 + d_{m3}^2\right) * L\right]$$

$$= \frac{\pi}{4} * 2\left(0{,}34^2 + 0{,}29^2 + 0{,}20^2\right) = 0{,}1156 + 0{,}0841 + 0{,}04$$

$$V_{s/c} = 0{,}376520.m^3$$

c) NEWTON

- $$V_{c/c} = \frac{\pi}{4} * \frac{1}{3}\left[d_1^2 + d_4^2 + \left(d_{m1}^2 + d_{m2}^2 + d_{m3}^2\right) + 2\left(d_2^2 + d_3^2\right)\right]$$

$$V_{c/c} = \frac{\pi}{4} * \frac{1}{3}\left[0{,}40^2 + 0{,}20^2 + \left(0{,}38^2 + 0{,}32^2 + 0{,}24^2\right) + 2\left(0{,}35^2 + 0{,}29^2\right)\right]$$

$$V_{c/c} = 0{,}479303 \quad m^3$$

- $$V_{s/c} = \frac{\pi}{4} * \frac{1}{3}\left[d_1^2 + d_4^2 + \left(d_{m1}^2 + d_{m2}^2 + d_{m3}^2\right) + 2\left(d_2^2 + d_3^2\right)\right]$$

$$V_{s/c} = \frac{\pi}{4} * \frac{1}{3}\left[0{,}35^2 + 0{,}17^2 + \left(0{,}34^2 + 0{,}29^2 + 0{,}20^2\right) + 2\left(0{,}31^2 + 0{,}28^2\right)\right]$$

$$V = 0{,}382017 \quad m^3$$

d) HOHENADL

- $$V_{H\,c/c} = \frac{\pi}{4} d_{0,9}^2 h * 0{,}2\left[1{,}0 + \left(\frac{d_{0,7}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,5}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,3}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,1}}{d_{0,9}}\right)^2\right]$$

$$V_{H\,c/c} = \frac{\pi}{4} 0{,}38^2 * 6 * 0{,}2\left[1{,}0 + \left(\frac{35{,}6}{38{,}8}\right)^2 + \left(\frac{32{,}0}{38{,}8}\right)^2 + \left(\frac{28{,}0}{38{,}8}\right)^2 + \left(\frac{22{,}4}{38{,}8}\right)^2\right]$$

$$\frac{\pi}{4} * 0{,}15054 * 6{,}0 * 0{,}2\left[1{,}0 + 0{,}84185 + 0{,}68020 + 0{,}52078 + 0{,}33330\right]$$

$$= 0{,}70940 * 0{,}2\left(3{,}37613\right) = 0{,}70940 * 0{,}67523 = 0{,}47901$$

$$V_{H\,c/c} = 0{,}47901 \ m^3$$

- $$V_{H\,s/c} = \frac{\pi}{4} d_{0,9}^2 h * 0{,}2\left[1{,}0 + \left(\frac{d_{0,7}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,5}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,3}}{d_{0,9}}\right)^2 + \left(\frac{d_{0,1}}{d_{0,9}}\right)^2\right]$$

$$V_{H\,s/c} = \frac{\pi}{4} 0{,}344^2 * 6 * 0{,}2\left[1{,}0 + \left(\frac{31{,}6}{34{,}4}\right)^2 + \left(\frac{29{,}0}{34{,}4}\right)^2 + \left(\frac{26{,}4}{34{,}4}\right)^2 + \left(\frac{18{,}8}{34{,}4}\right)^2\right]$$

$$V_{H\,s/c} = \frac{\pi}{4} 0{,}344^2 * 6 * 0{,}2\left[1{,}0 + 0{,}84383 + 0{,}71069 + 0{,}58897 + 0{,}29867\right]$$

$$0{,}55766 * 0{,}2\left(1{,}0 + 2{,}44216\right)$$

$$= 0{,}55766 * 0{,}68842 = 0{,}38391$$

$$V_{Hs/c} = 0{,}38391\ m^3$$

5.2.6. Volúmenes comerciales

Generalmente se entiende por volumen comercial la cantidad de madera, expresada en unidades cúbicas que se utiliza de una troza o de un árbol, excluyendo la corteza y otros desperdicios. La cantidad de madera utilizable de una troza depende del uso que se le dé y de las técnicas en el proceso de extracción. Existen métodos de cubicación para estimar el volumen comercial y que varían de un país a otro.

En caso de las trozas para aserrar se comprende que deben encuadrarse y según como se haga este trabajo se cubica la troza, excluyendo la corteza y a veces parte de la albura (ALDANA et al.,1994)

5.2.6.1. Volumen de madera encuadrada

El volumen de la madera encuadrada consiste en cuantificar el volumen de una pieza regular a ser obtenida de una troza cualquiera, conforme muestra la figura 5.19.

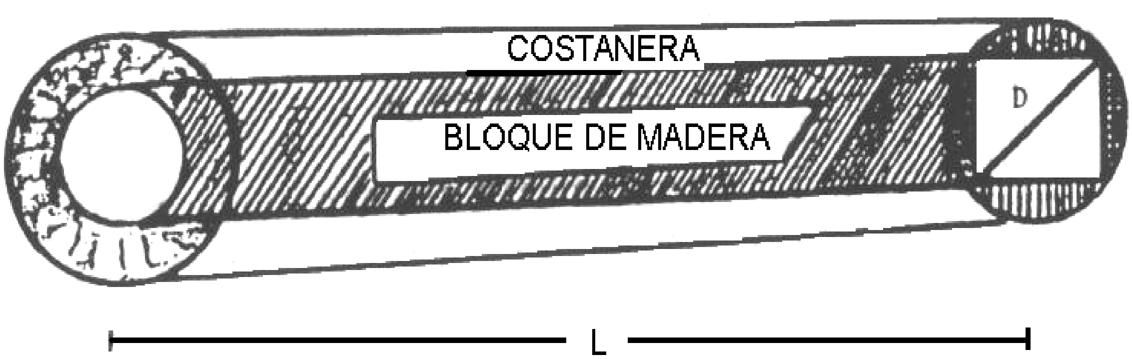

Figura. 5.19: Volumen de madera encuadrada

Para obtener el volumen del bloque, se mide el diámetro sin corteza ($D_{s/c}$) del extremo menor, según la figura 5.20.

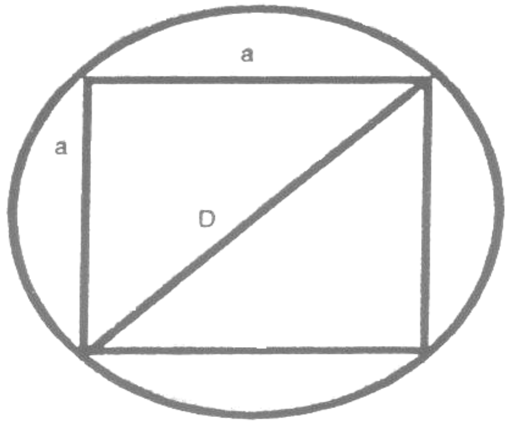

Figura 5.20: Muestra el diámetro sin corteza del extremo menor

Donde:

a = lado de la pieza

L = longitud de la troza; y

D = diámetro del extremo menor sin corteza

Así la superficie (S) de la pieza es obtenida por:

$S = a * a = a^2$

El volumen de la pieza encuadrada ($V_{esq.}$) se obtiene por:

$$V_{esq.} = a^2 * L \qquad (5.28)$$

Para dar más versatilidad al procedimiento se usa el teorema de Pitágoras: “el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”

$D^2 = a^2 + a^2$

$D_2 = 2a^2$

$$a = \sqrt{\frac{D^2}{2}} \qquad (5.29)$$

Substituyéndose (2) en (1) se tiene ahora el volumen en función del diámetro sin corteza del extremo menor.

$V_{esq.} = a^2 * L$

$$V_{esq.} = \left(\sqrt{\frac{D^2}{2}}\right)^2 * L = \frac{D^2}{2} * L \qquad (5.30)$$

El aprovechamiento de la troza en porcentaje es obtenido por:

$$A\% = \frac{V_e}{V_t} * 100 \qquad (5.31)$$

Donde:

$V_e =$ volumen de madera encuadrada

$V_t =$ volumen de la troza; y

$A\% =$ porcentaje de aprovechamiento

Ejemplo

Una troza de 5 metros de longitud, presenta un diámetro sin corteza en el extremo menor igual a 40 cm. Cuál es el volumen del bloque y cuánto él representa del volumen de la troza, si el volumen de la troza obtenido por una de las fórmulas de cubicación rigurosa fue igual a0,73 m^3.

$V_{esq} = \frac{0{,}40^2}{2} * 5 = \frac{0{,}16}{2} * 5 = 0{,}4 \ m^3 \rightarrow$ volumen del bloque

$A\% = \frac{0{,}40}{0{,}73} * 100 = 54{,}79\% \rightarrow$ porcentaje del bloque en relación al volumen de la troza, esto significa un desperdicio de más de 45% de la troza.

5.2.6.2. Volumen de madera laminada

Este volumen es importante para poder saber cuantos paneles o tableros contrachapados pueden ser construidos a partir de un árbol o de un grupo de árboles.

La troza va a ser laminada hasta que se convierta en un cilindro perfecto, que es función del diámetro sin corteza, del menor extremo (D). Se debe definir también el grosor (e) de la lámina y el diámetro mínimo (d) a partir del cual, ya no se consigue desenrollar más la troza, como se muestra en la figura 5.21.

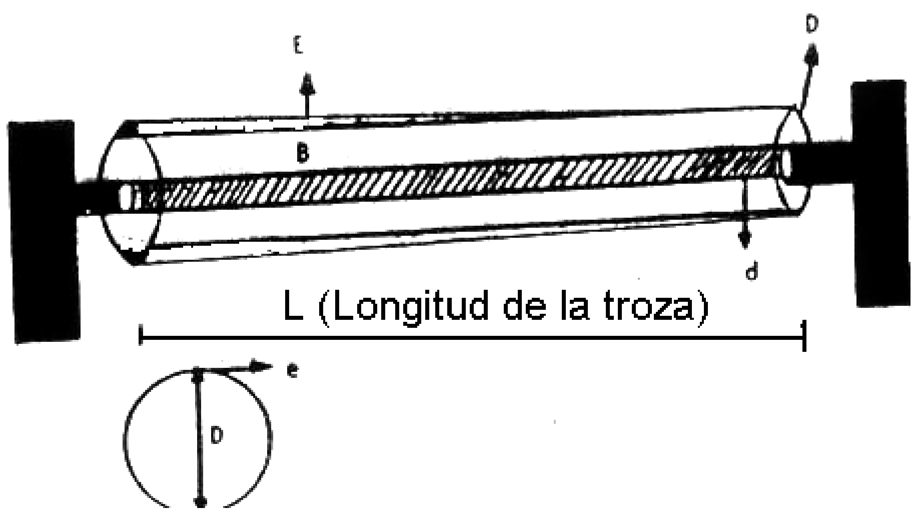

Figura 5.21: Forma de laminar la madera para producir paneles contrachapados

Donde:

$D =$ diámetro sin corteza del extremo menor de la troza;

$d =$ Médula de la troza no aprovechable para laminación. Normalmente no excede a 5 cm;

$E =$ Parte del árbol no aprovechable para laminación. Será mayor a medida en que la pieza es más cónica;

$B =$ Esta parte blanca es cilíndrica, siendo la porción del árbol que será laminada;

y

$e =$ grosor del laminado

El volumen del laminado (V_L) será:

$$V_L = L\left(\frac{\pi}{4}D^2 - \frac{\pi}{4}d^2\right) = m^3 \qquad (5.32)$$

La cantidad (C) de madera laminada se calcula por la siguiente fórmula:

$$C = \frac{\frac{\pi}{4}D^2 - \frac{\pi}{4}d^2}{e} = m \qquad (5.33)$$

Por tanto, la superficie de madera laminada será:

$$S = C * L = m^2 \qquad (5.34)$$

Ejemplo

Se desea saber, de un tronco de 2 metros de longitud y con diámetro sin corteza en el menor extremo igual a 40 cm, cuantos paneles contrachapados de 2 x 2 m pueden ser obtenidos, si cada lámina tiene 2 mm de grosor, y cada panel o tablero está formado por 4 de estas láminas. El centro o médula no laminado será de 4 cm.

Solución:

- Volumen de madera laminada:

$$V_L = \left(\frac{\pi * 40^2}{40000} - \frac{\pi * 4^2}{40000}\right) * 2 = 0{,}24881472 \;\; m^3$$

- Cantidad de madera laminada:

$$C = \frac{\frac{\pi * 40^2}{40000} - \frac{\pi * 4^2}{40000}}{0,002} = 62,20 \quad m$$

- Superficie de madera laminada:

$$S = C * L = 62,20 * 2 = 124,4 \quad m^2$$

- Número de paneles o tableros:

$\frac{124,4}{2*2} = 31,1$ láminas de *4 m²*

$\frac{31,4.láminas}{4.m^2} = 7,8$ paneles

5.2.6.3. Volumen Hoppus o Francon o 4° Reducido

Este volumen posibilita encontrar el volumen aprovechable de madera para aserrio.

Consiste en medir la longitud *(L)* de la troza y medir también la circunferencia (C) sin corteza en el medio de la sección. Entonces el volumen francon *(Vf)* es obtenido por la fórmula que se presenta más abajo, utilizando las medidas tomadas en la troza según se muestra en la figura 5.22

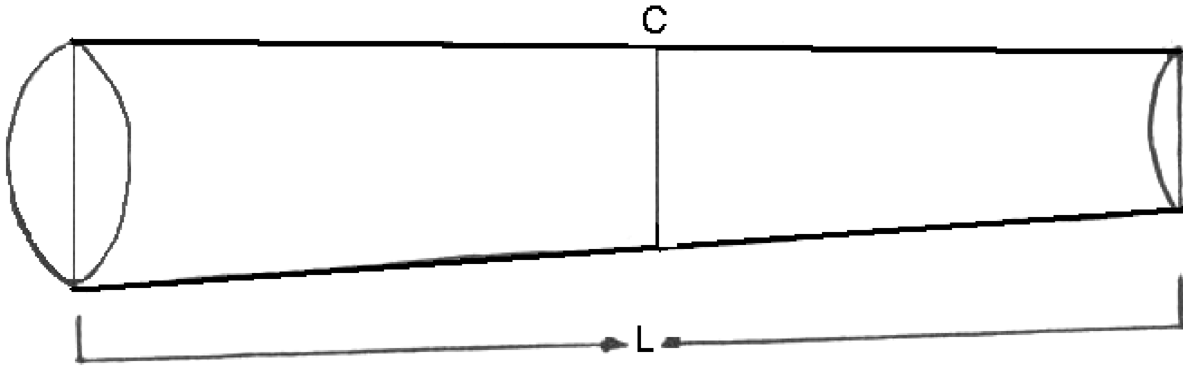

Figura 5.22: Medición del bolo para calcular el volumen 4° reducido

$$V = \left(\frac{C}{4}\right) * L \qquad (5.35)$$

Ejemplo

Considere una troza de 5 metros, cuyo diámetro sin corteza, medido en la mitad de esta, fue igual a 50 cm. ¿Cuál es el volumen a ser obtenido del bloque de madera?

Solución:

$C_{s/c} = \pi * D_{s/c} = 157{,}08\ cm.$

$$V_f = \left(\frac{1{,}571}{4}\right)^2 * 5 = 0{,}77126\ m^3$$

Así, el volumen del bloque de esta troza es de 0,77126 m^3.

En este caso , el aprovechamiento de la troza corresponde al 78% del volumen del cilindro.

Demostración:

Volumen del cilindro (V_c) = $g * L$

Volumen francon *(V_f)* = $\left(\frac{C}{4}\right)^2 * L$

$C = \pi * D$

Donde:

$V_f =$ volumen francon en m^3 (4° Reducido);

$C =$ circunferencia a 50% de *L*; y

$L =$ longitud de la troza

El V_f puede también ser deducido directamente del volumen del cilindro a partir de la determinación de un factor de corrección dado por:

$$f_c = \frac{V_f}{V_c} \qquad (5.36)$$

Donde:

$f_c =$ factor de corrección;

$V_f =$ volumen de Francon en m^3; y

$V_c =$ volumen del cilindro en m^3

Para las diferentes tasas de descuento, el factor de corrección puede ser calculado del siguiente modo:

$$f_c = \frac{\left(\frac{C}{4}\right)^2 * L}{\frac{C^2}{(4 * \pi) * L}} = \frac{4\pi}{16} = \frac{\pi}{4}$$

$f_c = 0{,}7854$

Por tanto el $V_f = 0{,}7854 *$ *volumen del cilindro*

5.2.6.4. Volumen de madera apilada

El volumen de madera apilada es muy utilizado por las empresas de celulosas, carbón vegetal, panaderías, alfarerías, tejares, cerámicas, etc.

El volumen de madera apilada tiene como unidad de medida el metro estéreo *(m_{est})*, y es obtenido como (ver figura 5.23) :

$$V_{apil} = H * L_1 * L_2 \qquad (5.37)$$

Donde:

$V_{apil} =$ volumen de madera apilada;

$H =$ altura de la pila de madera;

$L_1 =$ ancho de la pila de madera; y

L_2 = longitud de la pila de madera.

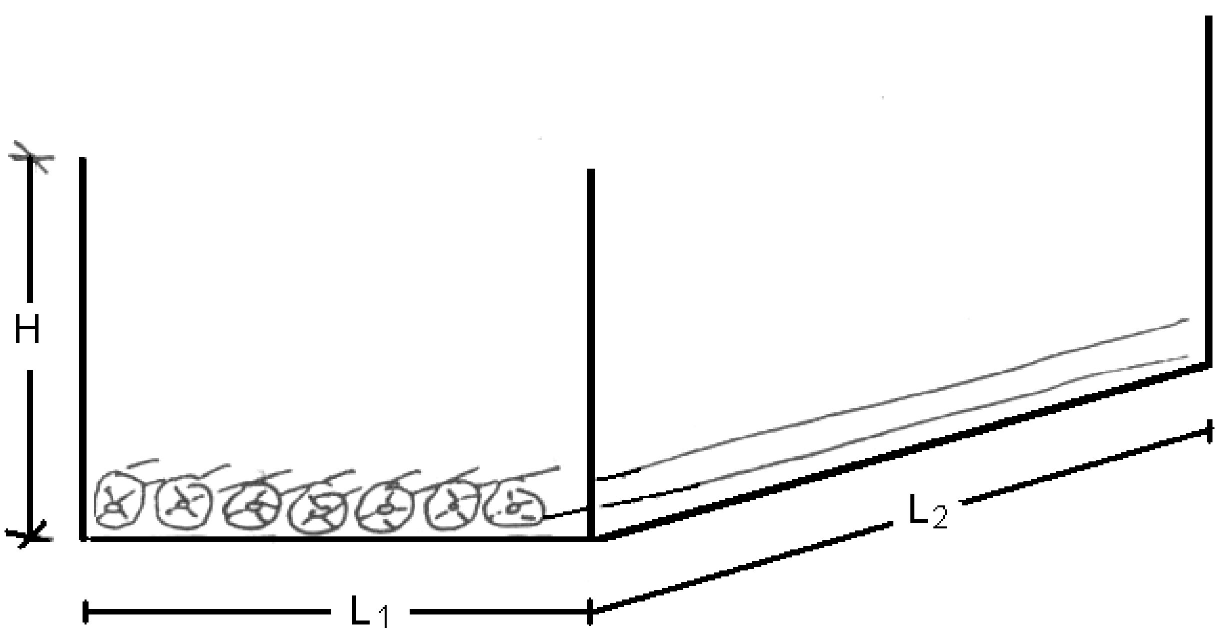

Figura 5.23: Cálculo de volumen de madera apilada

Se trata de la existencia de dos factores para expresar la conversión entre volumen sólido y volumen de madera apilada y viceversa.

- **Factor de cubicación (F_c)**

Convierte el volumen de madera apilada en volumen sólido de madera. Este factor es siempre menor que 1.

$$F_C = \frac{volumen.sólido}{volumen.apilado} \leq 1 \qquad (5.38)$$

- **Factor de apilamiento (F_a)**

Convierte el volumen sólido de madera en volumen en metro estéreo a volumen de madera apilada.

$$F_a = \frac{volumen.apilado}{volumen.sólido} \geq 1 \qquad (5.39)$$

La conversión de uno de estos factores en el otro se obtiene por:

$$F_a = \frac{1}{F_C} \qquad (5.40)$$

Se debe observar bien el apilamiento, pues este puede ser dañoso a los datos de inventario. Si el apilamiento fuera mal hecho, el volumen quedará de un lado o del otro del volumen de inventario.

Observación:

$$\overline{F}_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_a}{n} \qquad (5.41)$$

$$\overline{F}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_C}{n} \qquad (5.42)$$

El factor de apilamiento es afectado por una serie de factores, a saber:

- el diámetro y longitud de las trozas;
- la especie forestal;
- la manera de apilar;
- El tiempo que la madera apilada permanece en el campo;
- El apilamiento hecho manualmente; y
- Apilamiento hecho por máquinas.

El factor de apilamiento hecho por máquina, puede aumentar sensiblemente en relación al apilamiento hecho manualmente, pues hay una mayor ocurrencia de espacios vacíos entre trozas, pudiendo este llegar a 2,2 veces en muchos casos.

En ausencia de cualquier información se usa factor de apilamiento medio, el cual es de 1,5 para el factor de apilamiento (F_a) y 0,67 para el factor de cubicación (F_C) siempre que el apilamiento sea hecho manualmente.

5.2.7. Volumen de corteza

El grosor de corteza es una variable de gran importancia para la obtención del volumen de madera sin corteza. Esta varía considerablemente com la especies, dentro de un mismo árbol, de un lugar a outro y de acuerdo com la edad, entre otros, pudiendo obtenerse mediante el empleo del medidor de grosor de corteza (ver figura 5.24) o a través de una regla común, siempre que las medidas sean efectuadas en los extremos de las trozas.

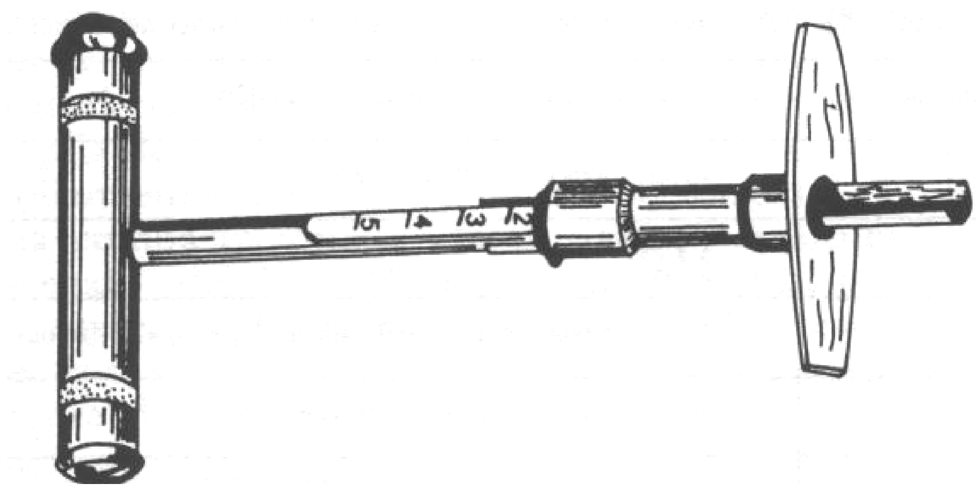

Figura: 5.24: Medidor de grosor de corteza o Sonda Sueca

Para ilustrar la variabilidad del porcentaje de corteza se puede considerar que en un *Pinus tropicalis* joven, este valor alcanza 50% o más del valor del volumen total del árbol. Ya en edades más avanzadas el porcentaje medio de corteza está situado alrededor de los 12% a 16 %. De manera general se puede definir que el porcentaje de corteza es mayor en árboles jóvenes de rápido crecimiento y menor en árboles adultos (com edades más avanzadas)

5.2.7. 1. Obtención del volumen de corteza

Para calcular el volumen de corteza se tienen dos posibilidades, es decir: volumen en m^3 y en porcentaje.

Tradicionalmente el volumen de corteza se calcula por:

$$V_{ort} = V_{c/c} - V_{s/c}$$

$$V_{\cot}\% = \frac{V_{c/c} - V_{s/c}}{V_{c/c}} * 100 \qquad (5.43)$$

Donde:

$V_{\cot} =$ volumen de corteza;

$V_{c/c} =$ Volumen con corteza; y

$V_{s/c} =$ volumen sin corteza

Otra vía alternativa para calcular el volumen y por ciento de corteza es partiendo de la fórmula de volumen del árbol en pié, o sea:

- $V_{c/c} = \frac{\pi}{4} D^2 * H * f$ *D* = diámetro con corteza
- $V_{s/c} = \frac{\pi}{4} d^2 * H * f$ *d* = diámetro sin corteza

El diámetro sin corteza (*d*) se puede determinar del diámetro con corteza (*D*) mediante una ecuación de regresión de la línea recta de la forma:

$$y = a + bx$$

Si hacemos $y = d$, y $x = D$, entonces, $d = a + bD$. Resolviendo esta ecuación considerando que la recta pasa por el origen del sistema de coordenadas rectangulares, tenemos que:

$a = 0$

$d = bD$

$b = \frac{d}{D}$, haciendo *b* = *k*

entonces tenemos : $k = \frac{d}{D}$, y por tanto $d = k * D$

Substituyendo ahora (*d*) en la fórmula para calcular el volumen sin corteza de un árbol en pié, se tiene:

$$V_{s/c} = \frac{\pi}{4} k^2 D^2 * H * f \qquad (5.44)$$

$$V_{s/c} = \frac{\pi}{4} D^2 * H * f * k^2$$

$$V_{s/c} = V_{c/c} * k^2 \qquad (5.45)$$

- $V_{cort} = V_{c/c} - V_{s/c} + k^2$

$$V_{cort} = V_{c/c}\left(1 - k^2\right)$$

$$V_{cort}\% = \frac{V_{c/c} - V_{s/c}}{V_{c/c}} * 100$$

$$V_{cort}\% = \frac{V_{c/c}\left(1 - k\ \right)}{V_{c/c}} * 100$$

$$V_{cort}\% = \left(1 - k^2\right) * 100$$

$$V_{cort}\% = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right] * 100 \qquad (5.46)$$

Lo ideal es descubrir para cada especie cual es la altura de medición del grosor de la corteza, que represente lo que ocurre en el árbol. Obtenida esta información, basta medir en este punto, el diámetro con y sin corteza con el cual se obtiene fácilmente el porciento de corteza del árbol.

5.2.8. Ejercicios Propuestos

Ejercicio 1. Utilizando los valores que aparecen en la tabla del ejercicio anterior, repita los cálculos para los métodos de SMALIAN, HUBER y NEWTON usando longitud de cada sección igual a 1,0 metro.

Ejercicio 2. Utilizándose un árbol cubicado rigurosamente, calcular su volumen, utilizándose las fórmulas de SMALIAN, HUBER, NEWTON y HOHENADL. Los datos básicos están representados en la siguiente tabla.

Datos de un árbol cubicado rigurosamente

H (m) das Seções	D_{cc} (cm)	2 E (cm)	D_{sc} (cm)	g_{cc} (m^2)	g_{sc} (m^2)	g_i (Smalian)	$g_{int.}$ (Huber)
0,10	23,50	2,2	21,3	0,043374	0,035633	g_1	
0,70	22,10	2,1	20,0	0,038359	0,031416		$g_{int.1}$
1,30	21,50	2,4	19,1	0,036305	0,028652	g_2	
2,30	21,00	1,0	20,0	0,034636	0,031416		$g_{int.2}$
3,30	21,00	1,4	19,6	0,034636	0,030172	g_3	
4,30	21,00	0,8	20,2	0,034636	0,032047		$g_{int.3}$
5,30	21,00	1,0	20,0	0,034636	0,031416	g_4	
6,30	20,00	1,0	19,0	0,031416	0,028353		$g_{int.4}$
7,30	17,50	1,0	16,5	0,024053	0,021382	g_5	
8,30	16,50	1,0	15,5	0,021382	0,018869		$g_{int.5}$
9,30	15,50	1,0	14,5	0,018869	0,016513	g_6	
10,30	15,50	0,9	14,6	0,018869	0,016741		$g_{int.6}$
11,30	14,00	1,0	13,0	0,015394	0,013273	g_7	
12,30	14,00	0,9	13,1	0,015394	0,013478		$g_{int.7}$
13,30	13,50	1,0	12,5	0,014314	0,012272	g_8	
14,30	12,50	1,0	11,5	0,012272	0,010387		$g_{int.8}$
15,30	11,00	1,0	10,0	0,009503	0,007854	g_9	
16,30	10,50	1,0	9,5	0,008659	0,007088		$g_{int.9}$
17,30	10,00	1,0	9,0	0,007853	0,006362	g_{10}	
18,30	9,00	0,8	8,2	0,006362	0,005281		$g_{int.10}$
19,30	8,50	1,0	7,5	0,005674	0,004418	g_{11}	
20,30	8,00	1,0	7,0	0,005026	0,003848		$g_{int.11}$
21,30	7,00	0,8	6,2	0,003848	0,003019	g_{12}	
22,30	7,00	0,8	6,2	0,003848	0,003019		$g_{int.12}$
23,30	5,50	0,8	4,7	0,002376	0,001735	g_{13}	
23,80	5,30	0,8	4,5	0,002206	0,001590		$g_{int.13}$
24,30	5,00	0,8	4,2	0,001963	0,001385	g_{14}	
+ 3,45	L O N G I T U D DE L A P U N T A						
* 6,44	19,00	1,0	18,00	0,028353	0,025447		
* 7,10	18,00	1,0	17,00	0,025447	0,022698		

* Son las alturas correspondientes a 19 y 18 cm de diámetro con corteza. El objetivo es poder calcular volumen comercial hasta un diámetro mínimo con corteza de 19 a 18 cm.

Ejercicio No.3.- Una troza de 6 metros de longitud presenta un diámetro sin corteza en el extremo menor igual a 50 cm, el diámetro en el extremo mayor igual a 90 cm y el diámetro en la mitad de la troza igual a 75 cm. ¿Cuál es el volumen del bolo de madera comercial y cuánto él representa del volumen de la troza?.

Ejercicio No.4.- Se desea saber, de un bolo de 3 metros de longitud , con diámetro sin corteza en el extremo menor de igual a 30 cm, cuantos paneles de 2 x 2 m puedan ser obtenidos, si cada lámina tiene 2 mm de grueso y cada panel está formado por 3 de estas láminas. El corazón no laminado será de 3 cm.

Ejercicio No.5.- Considere una troza de 6 metros cuyo diámetro sin corteza, medido en la mitad de esta, fue igual a 40 cm. ¿Cuál es el volumen del bolo de madera a ser obtenido ?