

6. Estimación y medición del volumen

El volumen es la medida de la cantidad de madera sólida más ampliamente utilizada. En el árbol individual pueden identificarse diferentes categorías de volumen. El árbol completo, considerando todos los componentes, constituye el *volumen total*; todos aquellos componentes cuyas dimensiones son aceptables para el mercado constituyen el *volumen comercial*; el *volumen de desechos* está conformado por secciones maderables del árbol que presentan defectos y dimensiones menores o no comerciales; también existe la denominación de *volumen bruto*, cuando se estima el volumen total hasta un diámetro comercial (dlu: diámetro límite de utilización) incluyendo defectos; desde este último, descontados los defectos, se obtiene el *volumen neto*. Esos volúmenes pueden expresarse con o sin corteza.

La medición directa de cualquiera de los volúmenes mencionados en el párrafo anterior es difícil de realizar directamente en árboles en pie. Así, la cubicación normalmente se realiza mediante métodos indirectos. Esto consiste en estimar el volumen del árbol a partir de variables de más fácil medición como el DAP, la altura y la forma del fuste utilizando una función de volumen.

Para conocer el volumen de un árbol o de sus partes con bastante exactitud se pueden seguir distintos métodos:

- a) Por desplazamiento de agua (Principio de Arquímedes).
- b) Por peso (Relación entre volumen y peso).
- c) Por cubicación (Medida de dimensiones geométricas).

Los métodos **a** y **b** se usan con muchas limitaciones, aunque son más precisos que el **c**. La cubicación permite obtener el volumen de un árbol a través de la medición de ciertas dimensiones como el DAP y altura para árboles en pie y espesor, ancho y largo para madera aserrada.

6.1. Tipos dendrométricos.

Para el estudio de la cubicación de árboles, partimos de una serie de hipótesis sobre la forma de los troncos, basadas en considerarles sólidos de revolución, al ser sus ejes sensiblemente rectilíneos y sus secciones sensiblemente circulares.



Asimilamos los troncos de los árboles o sólidos de revolución a los que llamamos “tipos dendrométricos”, engendrados por curvas de perfil que pertenecen a la familia de curvas de funciones del tipo:

$$y^2 = p * x^n$$

Dónde: y = Radio del sólido en la posición x

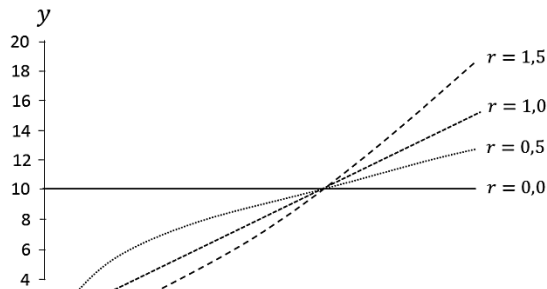
p = Constante que define el aumento del radio del sólido por cada unidad de aumento en la longitud

x = Distancia medida desde el extremo menor del sólido

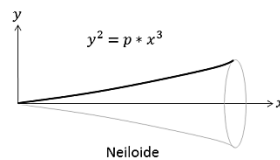
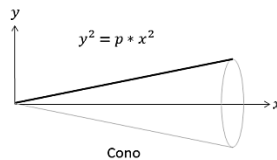
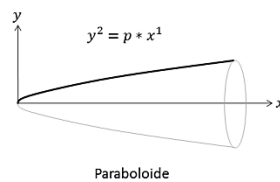
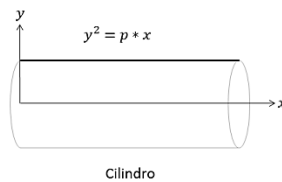
n = Exponente que define la forma del sólido

(Cilindro $r = 0$; paraboloides $r = 0,5$; cono $r = 1$; neiloide $r = 1,5$).

Según los distintos valores que toma n se generan los distintos tipos dendrométricos que son los siguientes:



Perfil de sólidos geométricos básicos



Sólidos obtenidos de la rotación de la curva de perfil en torno al eje longitudinal x .

Es indudable que la forma de un árbol está relacionada con el desarrollo de la copa. Si la altura de la copa es pequeña con relación a la altura total del árbol, se tendrá árboles de forma muy regular (cilindro, paraboloides). Por el contrario, si la copa está muy desarrollada como en los árboles aislados, se tendrán formas de fuste tendiendo hacia el cono.

En general:

- A la forma **cilíndrica** se asemejan aquellos árboles de fuste corto, por lo general, fustes de latifoliadas en masas densas.
- Al **paraboloides** se aproximan los pies de masa regulares de resinosas (coníferas que crecen en masa regular *P. sylvestris*).
- La forma **cónica** es típica en árboles que pertenecen a masas claras, tanto de coníferas como de latifoliadas.
- El **neiloide** es propio de árboles aislados, árboles tropicales.

6.2. Determinación del volumen de árboles apeados.

Los diversos métodos de cubicación que se examinarán a continuación conciernen únicamente al árbol tanto como fuste como a madera en troza.

6.2.1. Modelos teóricos.

Teniendo en cuenta la forma general de un árbol, el volumen de éste se aproxima a diferentes tipos dendrométricos o de sólidos de revolución, pero evidentemente el atribuirle una forma geométrica pura no es el reflejo de la realidad.

Con el fin de simplificar, consideraremos que un árbol puede descomponerse según las siguientes formas geométricas:

Cilindro	$v = \frac{\pi}{4} * d^2 * l$	$v = g * l$
Paraboloides	$v = \frac{\pi}{8} * d^2 * l$	$v = \frac{g * l}{2}$
Cono	$v = \frac{\pi}{12} * d^2 * l$	$v = \frac{g * l}{3}$
Neiloide	$v = \frac{\pi}{16} * d^2 * l$	$v = \frac{g * l}{4}$

Dónde: v = Volumen

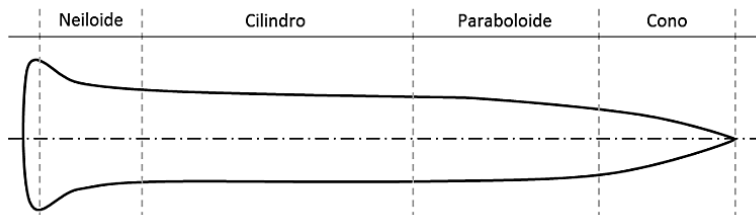
π = Constante igual a 3.1416

d = Diámetro

l = Longitud de troza o tronco

Si se quiere cubicar un árbol como si se tratase de un sólido perfecto se comenten errores debido a que en ningún caso el árbol se ajusta en su forma a un sólido perfecto y, sobre todo, a que es difícil tomar los valores de diámetro en ápice delgado y altura de fuste.

La mejor aproximación a la forma real del árbol, se hace descomponiendo este en trozas y aplicando a cada una de ellas el tipo geométrico más apropiado. Así, por lo general, la parte inferior del árbol se ajusta a un *neiloide*, el tramo medio inferior a un *cilindro* o a un *paraboloide*, el tramo medio superior a un *paraboloide* y el extremo superior a un *cono* o a un *paraboloide*. No obstante, los puntos de inflexión entre estas formas no presentan un patrón definido.

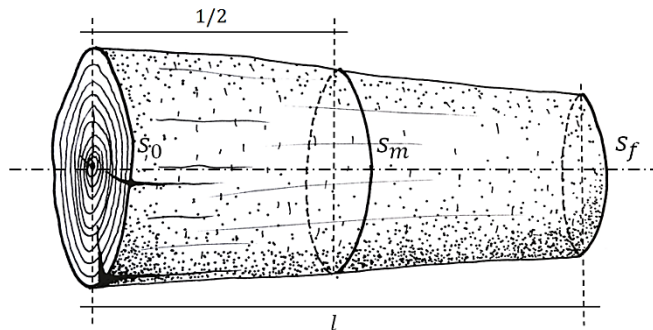


Descomposición de un árbol en trozas.

6.2.2. Cubicación.

Considerando la determinación del volumen del fuste en cuestión como un todo, por medio de fórmulas basadas en:

- Una medición de diámetro: Fórmula de HUBER
- Dos mediciones de diámetro: Fórmula de SMALIAN
- Tres mediciones de diámetro: Fórmula de NEWTON



a) Cubicación por la fórmula de HUBER.

La utilización de esta fórmula empírica se basa en la hipótesis de que el fuste, o el tronco de un árbol, está asimilado a un cilindro cuya base y altura corresponden respectivamente a la sección mediana y a la longitud de dicho tronco. El volumen se expresa de la siguiente manera:

$$v = \frac{\pi}{4} * d_m^2 * l \quad v = 0,7854 * d_m^2 * l \quad v = s_m * l$$

Dónde: v = Volumen del tronco

π = Constante igual a 3,1416

d_m = Diámetro a la mitad de la longitud

l = Longitud del tronco

s_m = Sección a la mitad de la longitud

La fórmula de Huber, generalmente requiere medir el diámetro a la mitad de la longitud de una tronca. En muchos casos no es fácilmente accesible como cuando las troncas se encuentran apiladas.

b) Cubicación por la fórmula de SMALIAN.

La fórmula de SMALIAN parte de la hipótesis de que el árbol a cubicar se asemeja a un tronco de paraboloides, de lo que resulta:

$$v = \frac{\frac{\pi}{4} * d_0^2 + \frac{\pi}{4} * d_f^2}{2} * l \quad v = \frac{s_0 + s_f}{2} * l \quad v = \frac{\pi}{8} (d_0^2 + d_f^2) * l$$

Dónde: d_0 = Diámetro de la sección en la base

d_f = Diámetro de la sección superior

s_0 = Sección en la base

s_f = Sección superior

c) Cubicación por la fórmula de NEWTON.

Esta fórmula es válida para todos los cuerpos de revolución cuya superficie "s" de la sección es función a una sección cuyo centro se encuentre referenciado en el origen del eje de coordenadas. El volumen se expresa a través de la siguiente fórmula

$$v = \frac{l}{6} * (s_0 + s_f + 4s_m)$$

Dónde: s_0 = Sección en la base

s_f = Sección superior

s_m = Sección media del tronco

6.3. Determinación del volumen de árboles en pie.

La cubicación de árboles en pie es mucho más delicada de realizar que la de los árboles apeados, pues supone el conocimiento previo, o la estimación, de ciertas características dendrométricas.

6.3.1. Determinación rápida del volumen por estimación ocular.

Evidentemente, la estimación "a ojo" del volumen de un árbol es una cuestión de experiencia y solo se toma en consideración si la precisión no es un factor fundamental. Un forestal experimentado puede estimar el volumen de un árbol con un error que no supere el 10 a 20 %. Una fórmula aproximada muy sencilla permite, sin embargo, "contrastar" las estimaciones oculares:

$$v = d^2 / 1.000$$

Dónde: v = Volumen maderable (en m³)
 d = Diámetro a 1,3 m (en cm)

Si por otra parte, se admite que el volumen de un árbol es igual al de un cilindro corregido por un factor de reducción f ; es decir por un coeficiente mórfico o factor de forma, que exprese la forma de este árbol, se puede escribir:

$$v = g * h * f$$

Dónde: v = Volumen maderable (en m³)
 g = Área basal
 h = Altura
 f = factor de forma

Cada especie tiene un factor de forma característico, que también varía durante el tiempo de crecimiento. En general en nuestro medio el factor de forma utilizado es de 0,65.

6.3.2. Determinación del volumen por característica de forma.

a) Por el coeficiente de decrecimiento.

Si se llega a estimar el decrecimiento de un árbol a cubicar con suficiente precisión, y se deduce de ello el grosor a la altura media, basta entonces con aplicar la fórmula de HUBER. Un procedimiento directo y más riguroso consiste en estimar este mismo grosor con la ayuda de instrumentos de medición apropiados.

Ejemplo: Sea un árbol de 28 m de altura total y de 1,50 m de circunferencia a 1,5 m del suelo. Su coeficiente de decrecimiento está estimado en el 85% y su decrecimiento métrico en 2 cm/m.

El volumen calculado por medio del coeficiente de decrecimiento se deduce de la siguiente relación:

$$\frac{(1,28m)^2}{4 * \pi} * 28 = 3,65m^3$$

Siendo, en efecto, la circunferencia a la mitad de la altura igual a $1,5 * 0,85 = 1,28m$.

La utilización del decrecimiento métrico proporciona como estimación de la circunferencia a la altura media:

$$1,50 - \left[\left(\frac{28}{2} \right) - 1,50 \right] * 0,02m = 1,25m$$

Y, en estas condiciones, el volumen es igual a:

$$\frac{(1,25m)^2}{4 * \pi} * 28 = 3,48m^3$$

b) Por el coeficiente mórfico.

De la misma manera que para el coeficiente de decrecimiento, el coeficiente mórfico permite, a partir del grosor a la altura normal, calcular directamente el volumen. En efecto, se puede escribir que:

$$v = \left(\frac{\pi}{4} * d^2 * h \right) * f = \left(\frac{c^2}{4 * \pi} * h \right) * f$$

6.4. Determinación del volumen de ramas y de pies apilados.

6.4.1. Determinación del volumen de ramas.

Generalmente, la determinación del volumen de ramas se apoya en principios comparables a los expuestos en la cubicación de fustes de árboles apeados, pudiéndose siempre aplicar las fórmulas de cubicación trozas sucesivas. Sin embargo, si se atribuye más importancia a la eficacia que a la precisión, se pueden imaginar diversas técnicas sustitutivas.

Grayet (1977), considera dos métodos simplificados: el primero consiste en buscar una relación entre el volumen de las ramas y la longitud total de las trozas, con el fin de estimar el volumen de ramas de las que no conocemos la longitud total. El segundo, más preciso, tiene en cuenta la longitud de las ramas, así como su grosor en la base, asimilándolas a troncos de cono.

6.4.2. Determinación del volumen de pies apilados.

Además de la determinación de volúmenes relativa a la madera sin ramas o a madera de construcción, resulta útil igualmente disponer de un medio de estimación del volumen de pequeños fustes o de ramas apiladas.

a) Factores de medida utilizados.

La unidad de medida de la madera apilada es el “estéreo”, que corresponde al volumen acumulado ocupado por las maderas de un metro de largo, apiladas en un metro de ancho y un metro de alto. El volumen es aparente porque concierne no solamente a la masa leñosa, sino también a los huecos, cuya importancia puede estar en relación con la forma de la madera. El volumen real depende, entre otras causas, de elementos tales como: Naturaleza de la madera, variación en grosor y cuidados en el apilado.

Para distinguir el volumen real y el volumen aparente, se utiliza la noción de coeficiente de apilados, que corresponde al volumen real de madera, expresado en m^3 , contenido en un estéreo. La inversa de esta relación se llama “factor de apilado”. En otros términos, el coeficiente de apilado CA tiene la expresión:

$$CA = \frac{\text{Volumen real (m}^3\text{)}}{\text{Volumen apilado (estéreos)}}$$

Y el factor de apilado FA corresponde a:

$$FA = \frac{\text{Volumen apilado (estéreos)}}{\text{Volumen real (m}^3\text{)}}$$

b) Estimación del coeficiente de apilado por fórmulas de cubicación

No es fácil estimar el coeficiente de apilado. Para fijar ideas, con vistas a estimar el volumen de madera contenido en una pila que forma un paralelepípedo, se puede aplicar las modalidades siguientes:

- En el caso de pies de *muy pequeño grosor*, la pesada es el único método aceptable; sin embargo, si queremos expresar montones apilados en volumen (m^3), prácticamente es necesario sumergir la madera en agua y medir el volumen desplazado.

- En el caso de pies de *calibre más grueso*, se recomienda, por ejemplo, por razones de facilidad y rapidez, medir en cada plano vertical los diámetros de todos los pies y aplicarles la fórmula de cubicación de SMALIAN; para ello, no se necesita más que el conocimiento de los diámetros extremos; o más sencillo, los diámetros de todos los pies en cada cara de la pila. El volumen real (V_t) resulta entonces de la expresión.

$$V_t = \frac{\pi}{8} \left[\sum_{i=1}^n d_{i1}^2 + \sum_{i=1}^n d_{i2}^2 \right] * l$$

Dónde: π = Constante igual a 3,1416

d_{i1} = Diámetro del pie i en la cara 1 de la pila

d_{i2} = Diámetro del pie i en la cara 2 de la pila

n = Número total de pies en la pila

l = Longitud constante de los pies

Esta fórmula, aplicada a varias pilas de pies, permite calcular el coeficiente de apilado de la siguiente forma:

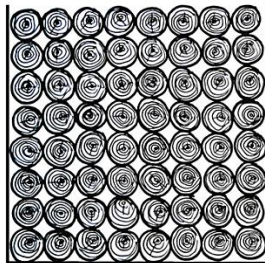
$$CA = \frac{V_t}{V_s}$$

Dónde: CA = Coeficiente de Apilado

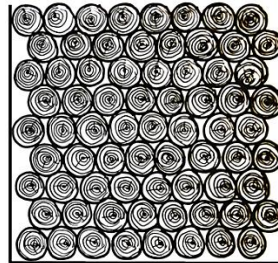
V_t = Volumen total (real) de madera, en m^3 , en las pilas muestreadas.

V_s = Volumen de estas mismas pilas en estéreos.

- En el caso de pies de *forma cilíndrica y del mismo grosor*, se puede demostrar que el coeficiente de apilado CA es próximo a 0,785 (es decir, $\pi/4$), si los pies están colocados en “cuadrado” y de 0,907 (es decir, $\pi/2\sqrt{3}$) si están dispuestos en “triángulo”.



(a)



(b)

Disposición de los pies apilados en “cuadrado” (a) y en “triángulo” (b)

6.5. Determinación del volumen de madera aserrada.

Para su determinar el volumen de madera aserrada se utiliza la siguiente expresión:

$$V = \frac{A'' * E'' * L'}{12}$$

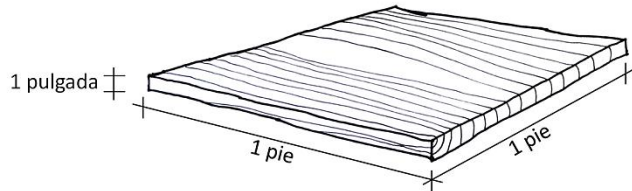
Dónde: V = Volumen en pies tablares (pt)

A = Ancho en pulgadas (")

E = Espesor en pulgadas (")

L = Largo en pies (')

El pie tablar es una medida inglesa comúnmente utilizada en nuestro país para calcular volúmenes de madera aserrada. Esta unidad representa una tabla con dimensiones de 1 pie de ancho, 1 pulgada de espesor y un pie de largo, que equivale a $0,002359 \text{ m}^3$, o el equivalente de $1 \text{ m}^3 = 423,91 \text{ pt}$.



6.6. Determinación del volumen de un bloque de madera.

Para su cálculo se utiliza la fórmula del bloque en metros cúbicos (m^3), el cálculo de volumen se realiza de la siguiente manera:

$$V = A * E * L_p * f_e$$

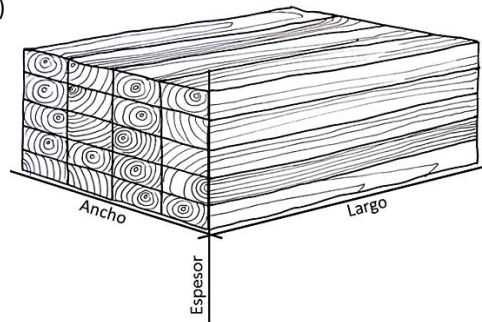
Dónde: V = Volumen (m^3)

A = Ancho del bloque (m)

E = Espesor del bloque (m)

L_p = Largo promedio del bloque (m)

f_e = Factor de espaciamiento (0,78)



Cuando se tiene que determinar el volumen del bloque de madera en Pies tablares (pt), misma que está siendo transportada en un camión, se utilizará la siguiente fórmula:

$$V_b = V_c * N_c$$

Dónde: V_b = Volumen del bloque (pt)
 V_c = Volumen de una camada (pt)
 N_c = Número de camadas

$$V_c = \frac{A_b'' * E_c'' * L_c'}{12}$$

Dónde: V_c = Volumen de una camada (pt)
 A_b = Ancho del bloque, descontando los espacios vacíos entre tabla y tabla que varía hasta un 10%.
 E_c = Espesor de la camada (se refiere al espesor de las tablas)
 L_c = Largo de la camada (se refiere al largo de una tabla representativa)

6.7. Tablas de volumen.

Las tablas de volumen constituyen un elemento esencial en trabajos de evaluación forestal. Son construidas para especies individuales o para grupos de especies. Unas sirven para estimar el volumen de los árboles en función del diámetro, a las que se les ha denominado tablas "de una entrada". Otras estiman el volumen en función del diámetro y la altura, conocida como tabla de volumen "de doble entrada". Un tercer tipo son las "tablas formales", las cuales estiman el volumen en función del diámetro, altura y clase de forma.

Las tablas de volumen de una entrada tienen menor precisión por asumirse que árboles con el mismo diámetro a la altura del pecho (DAP), poseen una misma altura media e igual forma. Sin embargo, esto dependerá de la variación de los árboles en el área específica. La selección del tipo de tabla de volumen a usar dependerá de la precisión que se desea tener.