CAPÍTULO 1: MEDICIONES y ESCALAS DE MEDICIÓN

POR: ENRIQUE WABO

1 INTRODUCCIÓN

La actividad forestal requiere de información y la forma de expresarla son los Números, ya que ellos nos permiten identificar, cuantificar y comparar situaciones y propieda-des, en forma simple y directa. El mecanismo para acceder a esos números es la Medición: proceso mediante el cual asignamos números a objetos para designar o cuantificar aquello que estamos observando.

El carácter que se observa tiene la capacidad de variar de una situación a otra en un mismo objeto, y de variar de un objeto a otro para una misma situación; es decir, que se comporta como una variable capaz de asumir distintos estados. Medir, entonces, significa representar, mediante números, los distintos estados de esa variable. El conjunto de números que seleccionamos para representar los estados de la variable recibe el nombre de ESCALA NUMÉRICA o ESCALA. A continuación se indican algunos ejemplos.

Ejemplo 1
Tenemos interés en registrar el nombre de tres especies, para lo cual decidimos emplear los siguientes números:

Pinus elliottii = 1, Pinus taeda = 2, y A. Angustifolia = 3

La característica observada (variable) es la especie; con tres estados (las tres especies); hemos seleccionado una escala (1-2-3) y hemos definido una regla para asignar los números.

Ejemplo 2.
Registramos la altura de los árboles de acuerdo con las siguientes clases y números:

Poca altura = 0, Mediana altura = 1 y Elevada altura = 2.

La característica observada (variable) es la altura, con tres estados (bajo, mediano y alto); hemos seleccionado una escala (0-1-2) y hemos definido una regla para asignar los números.

Ejemplo 3.
Registramos nuevamente la altura de los árboles, pero esta vez lo hacemos con un instrumento de medición que nos permite una aproximación de 1 centímetro. La característica observada (variable) es otra vez la altura, ahora con cantidad prácticamente infinita de posibles estados (rango posible de alturas), hemos seleccionado una escala (la del instrumento) y hemos definido una regla para su asignación.

En los ejemplos los números muestran distintas propiedades. En 1, indican si dos árboles pertenecen o no a la misma clase (misma especie). En 2, indican si dos árboles pertenecen o no a la misma clase (misma clase de altura) y si uno es más alto o más bajo que otro, aunque no indican cuánto más alto o más bajo es. En 3, indican si dos árboles comparten una misma altura o no, si uno es más alto o más bajo que el otro y, además, cuánto más alto o más bajo es.

2 ESCALAS FUNDAMENTALES DE MEDICIÓN

Con el fin de organizar las relaciones entre Números, Escalas y Propiedades, Stevens formuló en 1964 una clasificación de escalas, que no obstante sus limitaciones es de mucha utilidad.

Stevens definió 4 tipos básicos de escalas que llamó Escalas Fundamentales de Medición, conocidas con los siguientes nombres: Nominal, Ordinal, de Intervalos Iguales y Absoluta.

2.1 Escalas Nominales

Se utilizan para:

a) Identificar objetos. Por ejemplo, numerar lotes para su identificación.

b) Distribuir objetos en *clases*, asignando el mismo número a cada miembro de una misma clase; por ejemplo, la representación de especies mediante números. Los objetos de una misma clase deben ser idénticos o equivalentes en el carácter observado. Un caso particular ocurre cuando se definen dos clases de forma que los objetos de una poseen un carácter y los de la otra no lo poseen (ejemplo: sanos y enfermos; fumadores y no fumadores).

Los números utilizados (escala) no representan cantidades sino "etiquetas" de identificación, por lo que no guardan entre si una relación de orden o jerarquía. La única operación aritmética permitida es la determinación de frecuencias por clase.

Desde el punto de vista estadístico permite el uso de la moda y el empleo de tablas de contingencia. Por último, digamos que algunos autores no consideran que los números asignados por esta escala representen realmente una medición.

2.2 Escalas Ordinales

Los números representan clases que indican una relación de orden o de jerarquía en el carácter observado del tipo “mayor que” o "menor que". Permiten expresar grados, niveles, calidades o posiciones relativas: 1°, 2°, 3º; excelente, bueno, malo; alto, mediano, bajo.

Los números asignados (escala) son definidos arbitrariamente y se corresponden con estas jerarquías. Los números no guardan proporcionalidad con el nivel del carácter. En el Ejemplo 2: un árbol clase 2 no es necesariamente dos veces más alto que otro de la clase 1, y la diferencia de altura entre árboles de las clases 0 y 1 no es necesariamente igual a la de los árboles de las clases 1 y 2.

Desde el punto de vista estadístico esta escala admite las operaciones señaladas para una escala Nominal, a las que se agregan la mediana, los percentiles y la correlación por rangos.

2.3 Escalas de Intervalos Iguales

Se satisfacen las mismas características que en una escala Ordinal pero, ahora, iguales diferencias entre números representan iguales diferencias en el carácter observado.
Aparecen aquí las unidades de medida, que son equiespaciadas y arbitrarias. El punto cero de la escala también es arbitrario: no indica una cantidad nula de unidades sino un valor de referencia a partir del cual se cuentan las unidades. Un ejemplo de este tipo de escala es la medición de temperatura en grados Centígrados y en grados Fahrenheit; obsérvese que cero grados, medido en cualquiera de las dos escalas, no significa que no haya temperatura. Por otro lado, admite medidas negativas.

Es posible convertir valores de una escala de unidades X a valores de otra escala de unidades Y, para lo cual se recurre a una conversión del tipo $Y = a + bX$. Esto pone en evidencia que distintas escalas de intervalos iguales no son directamente proporcionales y, por lo tanto, que no permiten establecer proporciones. Por ejemplo, no podemos decir que el estado energético a una temperatura de - 40°C es la mitad que a - 20°C.

Estadísticamente, una escala de intervalos iguales admite las operaciones señaladas para las escalas anteriores, a las que se agregan la media aritmética, la desviación estándar y el coeficiente de correlación. El coeficiente de variación representa la variación de los números de la escala pero no del carácter por lo que no debe usarse.

2.4 Escalas Absolutas

Cuando se satisfacen las condiciones señaladas para una escala de Intervalos Iguales, pero el valor cero no es un valor arbitrario sino que es un valor único para cualquier sistema de unidades, operamos con una escala Absoluta.

El valor cero ahora sí representa una cantidad nula de unidades y el único componente arbitrario es la unidad de medida, también equiespaciada. No admite medidas negativas. El recuento de individuos también pertenece a este sistema.

Es posible convertir valores de una escala de unidades X a valores de otra escala de unidades Y mediante la conversión de tipo $Y = bX$; esto muestra que las escalas Absolutas permiten establecer proporciones. Como ejemplo mencionamos la siguiente proporción: 1 pulgada = 2,54 cm.

Desde el punto de vista estadístico las escalas Absolutas admiten las operaciones señaladas para los sistemas anteriores, agregándose la media geométrica, la media armónica y el coeficiente de variación.

3 ESCALAS FUNDAMENTALES Y ESCALAS CUALITATIVAS / CUANTITATIVAS

Las escalas Nominal y Ordinal son cualitativas ya que no representan cantidades; las variables asociadas son de tipo discreto. Las escalas de Intervalos Iguales y Absoluta son cuantitativas, ya que representan cantidades.

Las variables continuas pertenecen a estas escalas. El recuento de objetos, que es de carácter discreto, se considera una Escala Absolutas.

De aquí en adelante nos ocuparemos especialmente de las mediciones con escalas cuantitativas: Intervalos Iguales y Absolutas.

4 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN - MEDICIONES DIRECTAS E INDIRECTAS

Cuando usamos una escala cuantitativa la unidad de medida no es exactamente identificable por nuestros sentidos. Por ejemplo, supongamos que queremos medir la altura de un árbol y decidimos hacerlo “a ojo”; si bien percibimos con exactitud donde empieza y termina el árbol y arriesgamos una medida de su altura, siempre nos queda la duda sobre la exactitud de esa medida.

Es debido a esta limitación de nuestros sentidos que recurrimos al empleo de los *Instrumentos de Medición*. Estos instrumentos nos permiten determinar cantidades de unidades de medida correspondientes al objeto observado, por comparación con una medida de referencia indicada en la escala de unidades del instrumento. A estas mediciones las denominamos *directas*. Por lo tanto, decimos que una medición es directa cuando surge directamente por comparación con una magnitud de referencia; es el caso, por ejemplo, de medir el volumen de un cubo mediante el desplazamiento de un líquido.

Pero hay casos en que el valor proveniente de la lectura sobre el instrumento debe someterse luego a algún procesamiento aritmético. A estas mediciones las llamamos *indirectas*. Una medición es indirecta cuando surge por transformación o combinación de una o más mediciones directas; es el caso, por ejemplo, de medir el volumen de un cubo mediante el producto de sus tres dimensiones, cada una medida con una regla.

5 ERRORES DE MEDICIÓN

Entendemos por *Error de Medición* la diferencia entre el valor registrado en una medición y el correspondiente valor exacto; este error recibe el nombre de Error Absoluto:

Error Absoluto = Valor Observado − Valor Exacto
(1)

Según su origen, se reconocen 4 tipos de error,es que se describen a continuación.

a) *Errores Groseros*. Surgen por distracción, descuido o negligencia de la persona que hace la observación. Por ejemplo, un error de lectura o un error de anotación.

b) *Errores sistemáticos*. Obedecen a causas fijas y ocurren siempre por exceso o siempre por defecto. A estos errores se los suele denominar *sesgo*; cuando el error es por exceso el sesgo es *positivo*, cuando es por defecto el sesgo es *negativo*. Por ejemplo, si una regla tiene marcados los centímetros a intervalos menores de lo que debe ser, registraremos siempre valores mayores a los debidos (sesgo +).

c) *Error de Apreciación*. Alude a la limitación del instrumento para indicar valores por debajo de la mínima unidad de medida de su escala. Esta mínima unidad de medida se denomina *Precisión* del instrumento y es una propiedad de ese instrumento. Por ejemplo, una regla cuya graduación mínima es el milímetro tiene una precisión de 1 mm.

d) *Errores Aleatorios*. Son inevitables y ocurren en forma aleatoria en magnitudes pequeñas, unas veces por exceso y otras veces por defecto. En una medición individual se asume que el error aleatorio es inferior a la precisión del instrumento. Asimismo, se asume que en una serie de mediciones su promedio es cero y que su distribución sigue la Curva de Distribución Normal. Se originan por la imposibilidad de controlar a la vez todos los factores que intervienen en la medición.

Otro error que debemos tomar en cuenta es el Error de Estimación

El error se puede expresar también en forma relativa, en cuyo caso se denomina *Error Relativo*. El error relativo se define como el cociente entre el error absoluto y el valor exacto:

$$\text{Error Relativo} = \frac{\text{Error Absoluto}}{\text{Valor Exacto}} \qquad (2)$$

El error relativo multiplicado por 100 es el error en por ciento o *Error Porcentual*:

$$\text{Error Porcentual} = \frac{\text{Error Absoluto}}{\text{Valor Exacto}} \times 100 \qquad (3)$$

En la práctica, el Valor Exacto de la magnitud es desconocido y no es posible conocerlo: por lo tanto, no sería posible aplicar las fórmulas (1), (2) y (3), dado que en ellas participa el valor exacto. Por eso, para determinar los errores se toma alguna medida como mejor estimación de ese valor exacto. Ese valor puede ser un valor teórico proveniente de un modelo, o el promedio de una serie de observaciones sobre el mismo objeto. Una vez definido, este valor reemplaza al valor exacto.

Si asumimos que los errores intervinientes son sólo el de apreciación y el aleatorio, el máximo error posible debido sólo a la precisión del instrumento es ± ½ la mínima unidad de medida de ese instrumento. Por ejemplo, si una cinta métrica está correctamente construida y su mínima unidad de medida es 1 cm, el máximo error que podemos cometer, debido sólo a la precisión del instrumento, es de ± 0,5 centímetros.

6 EXACTITUD Y PRECISIÓN DE LAS MEDICIONES

Los términos *Exactitud* y *Precisión* no siempre son claros. Nosotros utilizaremos los siguientes criterios:

a) Para una medición individual.

- La **Precisión** está representada por la precisión del instrumento (su menor unidad de medida).
- La **Exactitud** está representada por la diferencia entre el valor obtenido en la medición y el valor verdadero.

En ausencia de errores groseros y de errores sistemáticos, y asumiendo que el error aleatorio es insignificante, el error en una medición individual está dada sólo por la precisión del instrumento; en este caso, exactitud y precisión son términos equivalentes.

b) Para un conjunto de mediciones repetidas, hechas con el mismo instrumento sobre un mismo objeto

- La **Precisión** está representada por el grado de "apiñamiento" de las observaciones alrededor de su propio promedio.
- La **Exactitud** está dada por la diferencia entre los valores obtenidos y el valor verdadero.

Este es el criterio que empleamos para evaluar la calidad de un mecanismo de medición.

7 CIFRAS SIGNIFIATIVAS EN MEDICIONES

7.1 Introducción

Cuando medimos una magnitud en forma directa, registramos la máxima cantidad de unidades que el instrumento de medición nos permite, lo que dependerá de la precisión de ese instrumento. Es decir, que registramos aquellas cifras que se miden con precisión conocida. A estas cifras, que consideramos bien conocidas, las llamamos CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

Supongamos, por ejemplo, que medimos una distancia desconocida empleando una precisión de 1 mm y que obtenemos una lectura de 23,6 cm; entonces, el 2, el 3 y el 6 son cifras significativas. Si, en cambio, medimos el peso desconocido de un cuerpo con aproximación de 1 mg y registramos 0,856 kg, entonces el 8, el 5 y el 6 son cifras significativas.

Ahora podemos preguntarnos cómo determinamos la cantidad de cifras significativas de una medida directa. La respuesta es que las cifras significativas de un número se leen de izquierda a derecha, comenzando por la primera cifra distinta de cero, y finalizando en el último dígito. En los ejemplos recién mencionados, tenemos que:

- 23,6 cm : tiene 3 cifras significativas
- 0,856 kg : tiene 3 cifras significativas

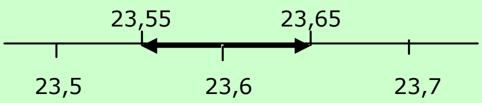
El cambio de las unidades de medida no modifican la cantidad de cifras significativas:

- 0,236 m : tiene 3 cifras significativas
- 856 mg : tiene 3 cifras significativas

El cero situado al final del número puede originar dudas, ya que puede indicar una cifra significativa o simplemente un lugar decimal. Supongamos que leemos la siguiente medida: 23,0 cm; si la medición se hizo con precisión de 1 mm, entonces el 0 representa una cifra significativa.

Pero si esa precisión fue de 1 cm, el 0 está indebidamente colocado ya que no representa una cifra significativa. Por eso, no deben agregarse más cifras que las efectivamente registradas.

De todas las cifras significativas presentes en una medición, hay una que posee cierto grado de incertidumbre: la última. Tomemos por caso los 23,6 cm del ejemplo. El valor registrado 23,6 nos indica que el valor de la distancia desconocida está más cerca de ese número que de 23,5 ó 23,7. Podemos decir, que la distancia desconocida se ubica en algún punto entre 23,55 y 23,65 cm::



Obsérvese, que muchas distancias distintas caen dentro del intervalo y que a todas ellas las representamos con 23,6 cm de largo; porque el instrumento usado nos permite registrar hasta los milímetros, pero no más. Lo mismo ocurre con la medida de 0,865 kg del ejemplo; el verdadero peso desconocido está en algún punto del intervalo 0,8655 y 0,8645. En general, podemos expresar este intervalo como $X \pm \Delta X$, donde ΔX es ½ de la mínima unidad de medida registrada.

Queda claro, entonces, que en una medición directa la última cifra significativa registrada posee un cierto grado de incertidumbre y que la medida de esa incertidumbre es ½ de la mínima unidad registrada, no importa qué unidades se usen para expresar la cantidad:

$$23{,}6 \text{ cm} = 236 \text{ mm} \Rightarrow 236 \text{ mm} \pm 0{,}5 \text{ mm}$$
$$23{,}6 \text{ cm} \pm 0{,}05 \text{ cm}$$

Esta incertidumbre se propaga en los cálculos aritméticos en los que ese número interviene. Por ejemplo, queremos determinar la superficie de una sección circular y el diámetro medido, con precisión de 1 cm, fue de 23 cm; la calculadora muestra que la superficie correspondiente sería 415,4756284 cm cuadrados.

¿Todas las cifras de este número tienen sentido, cuando en la medida original sólo tenemos 2 cifras significativas? La respuesta es no. Por el momento digamos que el resultado correcto es 420 cm cuadrados. Lo que hemos hecho es redondear el número original a la cantidad de cifras significativas correctas, que son 2; el cero indica una posición decimal.

A continuación veremos las reglas para el redondeo de cifras y posteriormente las reglas para determinar el número de cifras significativas cuando el valor original interviene en operaciones aritméticas.

7.2 Redondeo de cifras

Como acabamos de ver, nos vamos ene situaciones en la cuales el número obtenido posee m cifras de las cuales sólo n pueden ser consideradas como significativas. La reducción de m cifras a n cifras se conoce como REDONDEO.

El procedimiento consiste en quitar uno o más dígitos al final del número original, para lo cual utilizamos las siguientes reglas:

a) si el número ubicado en la posición (n+1) es mayor que 5, el término n se incrementa una unidad:

   27,4612 (m = 6 á n = 3) $\Rightarrow$ 27,5
   2746 (m =4 á n = 3) $\Rightarrow$2750

b) si el número ubicado en la posición (n+1) es menor que 5, el término n no se modifica:

   27,4312 (m = 6 á n = 3) $\Rightarrow$ 27,4
   2743 (m = 4 á n = 3) $\Rightarrow$ 2740

si el número ubicado en la posición (n+1) es un 5, hay dos reglas:

- n se incrementa una unidad si n es impar:

  27,35612 (m = 6 á n = 3) $\Rightarrow$ 27,4
  2735 (m = 4 á n = 3) $\Rightarrow$ 2740

- n no se modifica si es par

  27,45612 (m = 6 á n = 3) $\Rightarrow$ 27,4
  2745 (m = 4 á n = 3) $\Rightarrow$ 2740

Ahora queda claro cómo se redondea un número de m cifras a otro de n cifras.

Al momento de diseñarse un trabajo, es necesario definir el grado de precisión con que se harán las mediciones. A continuación se dan algunas recomendaciones al respecto:

a) No utilizar más precisión que la requerida, ni registrar más de las que el método de medición realmente detecta.

b) La precisión que deberán tener los datos originales estará influenciada por la importancia de las diferencias para comparar resultados.

c) Si hay de por medio una operación de muestreo, la precisión elegida para las mediciones está íntimamente asociada con el tamaño de la muestra y la precisión del estimador elegido. Si la muestra es pequeña o el estimador es poco preciso, no vale la pena hacer mediciones de alta precisión.

7.3 Cifras significativas en operaciones aritméticas

<u>En Productos y Cocientes</u>

Las normas a seguir para definir la cantidad de cifras significativas de un producto, con un sentido práctico, son:

a) La cantidad de cifras significativas a conservar en el resultado final no puede superar el número de cifras significativas presentes en el factor que los posee en <u>menor</u> cantidad.

b) Las cifras significativas del resultado final se obtiene redondeando el resultado inicial.

c) Si los términos intervinientes poseen distinta cantidad de cifras significativas, el número más largo se redondea a una cifra más que el más corto, se efectúa la operación y finalmente se redondea en forma definitiva. En el siguiente ejemplo se redondea el producto a tres cifras significativas:

$$12{,}4 \times 3{,}2741 \Rightarrow 12{,}4 \times 3{,}274 = 40{,}5976 = 40{,}6$$
(redondeado)

La última regla también se aplica cuando uno de los números es un número puro no entero, como el número π (Pi). Por ejemplo: $0{,}281 \times \pi = 0{,}281 \times 3{,}142 = 0{,}882902 = 0{,}883$ (redondeado).

En términos generales, el procedimiento consiste en ejecutar la operación con los factores involucrados para obtener un resultado intermedio; este resultado se redondea para obtener el resultado final, como se indica en los siguientes ejemplos:

Resultado intermedio: $2{,}31 \times 0{,}378 \times 0{,}076 = 0{,}06636168$

Número de c. significativas a mantener = 2

Resultado final = 0,066

Resultado intermedio: $31{,}7 \times 221{,}6 = 7.024{,}72$

Número de c. significativas a mantener = 3

Resultado final = 7.020

Si el resultado de una multiplicación va a ser sometida a otra multiplicación o división, se debería conservar en cada resultado intermedio un dígito de más y redondear el resultado final. Por ejemplo, $23^2 \times \pi$:

$23 \times 23 \times \pi = 529 \times 3{,}14 = 1661{,}06$ cm² $= 1.700$ cm² (2 cifras significativas)

En la práctica, suele ser incómodo y engorroso determinar cifras significativas de resultados intermedios cuando el procedimiento es llevado a cabo mediante calculadora o PC; en estos casos, podemos aceptar que el redondeo se haga recién con el resultado final; es común que las diferencias aparezcan más allá del dígito que habrá de ser la última cifra significativa; volviendo al último ejemplo, haciendo:

$23 \times 23 \times \pi = 529 \times 3{,}141592654 = 1661{,}902514$ cm²
$= 1.700$ cm² (2 cifras significativas)

Cifras Significativas en Sumas y Restas

En sumas y restas la posición de la coma en el número juega un papel fundamental a la hora de definir las cifras significativas del resultado, ya que los números deben alinearse en base a ella conformando columnas de dígitos homólogos. Las columnas incompletas situadas a la derecha de la coma no aportan cifras significativas al resultado; las situadas a la izquierda no presentan esta limitación. Por eso, se recomienda registrar **igual cantidad de cifras a la derecha de la coma**. Se establecen las siguientes reglas:

1) El número total de cifras significativas en el resultado final es igual al número de columnas ubicadas a la izquierda de la coma más el número de columnas completas situadas a la derecha de la coma.

2) La cantidad de cifras significativas en el resultado final no puede ser mayor a esta cantidad de columnas.

El procedimiento consiste en sumar y redondear al término de la operación. Veamos dos ejemplos.

Ejemplo 4: sea 123,463 + 3,8; ordenadas las cifras según las comas, obtenemos:

123,463
3,8
127,263

el número total de cifras significativas es 3 + 1 = 4; el valor final redondeado es 127,3.

Ejemplo 5: sea 12,3 cm + 60,4 cm + 51,7 cm. Ordenadas las cifras obtenemos:

12,3 cm
60,4 cm
51,7 cm
124,4 cm

el número total de cifras significativas es 2 + 1 = 3 ; el valor final redondeado es 124 cm.

No se recomienda el redondeo de promedios cuando estos promedios van a ser expandidos, a raíz del error que ello implicaría. La mayoría de las calculadoras de bolsillo modernas poseen un modo de trabajo que permite definir la cantidad de cifras significativas en el resultado final, indicado usualmente con las siglas SCI.

En operaciones estadísticas

Hasta ahora nos hemos referido a operaciones aisladas o con pocos componentes. En los cálculos estadísticos, donde suelen intervenir una alta carga de datos o donde el número de cifras que deben permanecer en un valor estimado debe ser alto, las operaciones intermedias quedan un tanto al margen de las reglas mencionadas.

Sólo los valores finales de las magnitudes de interés serán redondeadas; ppr ejemplo, el volumen medio por hectárea o el área basal por hectárea. Las constantes que formen parte o participen en modelos deben mantener la más alta cantidad de cifras posibles. En estos casos, la prioridad es reducir los errores de estimación.

BIBLIOGRAFIA

Estadística aplicada. 1980. Cortada de Kohan N. y Carro J.M. EUDEBA.

Forest mensuration. 1980. Husch B., Miller C.I. & Beers T.W. John Wiley & Sons.

ANEXO

NÚMEROS USADOS EN MEDICIONES

Los números usados en mediciones no tienen todos igual significado. A continuación se describen los distintos tipos de números de posible participación.

- Números que provienen de un recuento, en cuyo caso son exactos y enteros, o surgir por definición, como la cantidad de lados de un rectángulo. A estos números se los llama Números Puros.

- Números que surgen por definición; el número e de y el número π. Éstos también son. Números Puros.

- Números provenientes de mediciones directas.

- Números provenientes de cómputos entre mediciones directas

- Números provenientes de cómputos entre mediciones directas y números puros. Por ejemplo, el perímetro de una circunferencia obtenido a partir de la medición de su diámetro y el número puro π.

Julio/ 2002