Universidad Nacional de La Plata

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales

CÁLCULO ESTADÍSTICO Y BIOMETRÍA

INTRODUCCION AL CALCULO DE DE PROBABILIDADES

Experimento aleatorio: **es un experimento que arroja dos o más resultados imprevisibles.**

Suceso aleatorio o punto muestral: ***cada uno de los resultados de un experimento aleatorio.***

Espacio muestral: **conjunto de resultados que se puede obtener de un experimento aleatorio. Se indica generalmente con Ω.**

Evento: **todo subconjunto de Ω.**

PROBABILIDAD

Definición clásica: Sea un experimento aleatorio con *N* resultados expresados en Ω todos igualmente posibles y sea A un evento formado por *k* elementos de Ω entonces:

$$P(A) = \frac{\# A}{\# \Omega} = \frac{k}{N} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Cuando :

$k = N$	$P(A) = 1$	*evento de ocurrencia cierta*
$0<k<N$	$0<P(A)<1$	*evento de ocurrencia incierta*
$k=0$	$P(A) = 0$	*evento de imposible ocurrencia*

Observaciones

- **los resultados son apriori**
- **sólo aplicable a espacios equiprobables**

Definición frecuencial: Sea un experimento aleatorio con espacio muestral Ω y A un evento asociado a él. Si $f_A(n)$ es la frecuencia absoluta con que aparece A cuando el experimento se repite n veces, entonces:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{f_A(n)}{n}$$

Es decir, es la frecuencia relativa de A cuando el experimento se repite infinitas veces.

Observaciones
- los resultados son a posteriori
- aplicable a espacios no equiprobables

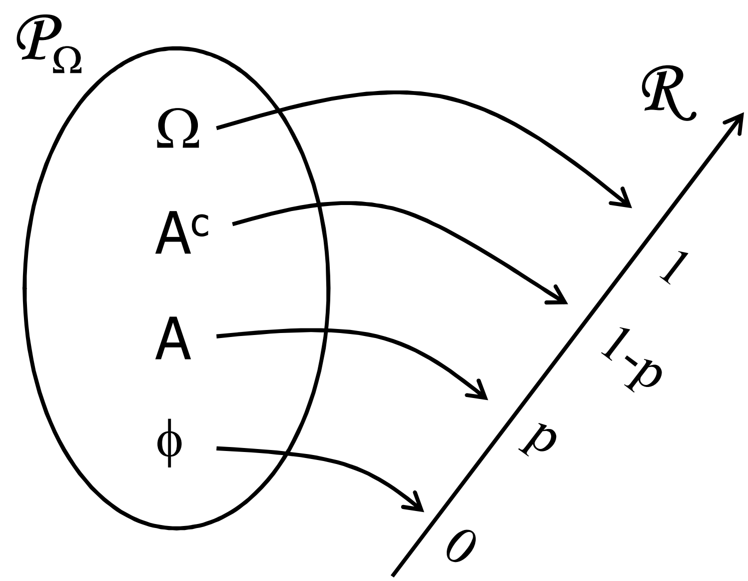
Ejemplo: observar la semilla germinada.

Definición axiomática: **Dado un experimento aleatorio y su espacio muestral Ω, la probabilidad es una función P(.) que asigna a cada evento de Ω un número real tal que:**

- **$P(A) \geq 0 \quad \forall A \in \Omega$**
- **$P(\Omega) = 1$**
- **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si y sólo si son excluyentes $P(A \cap B) = 0$**

Propiedades deducidas:

- $P(\phi) = 0$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A) = 1 - P(A^c)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Si A incluido en B $\rightarrow$ $P(A) \leq P(B)$



Tipos de Eventos:

Eventos excluyentes: son aquellos que no pueden ocurrir simultáneamente, si ocurre uno no puede ocurrir el otros. Se dice que son disjuntos.

Eventos independientes: Dos eventos son independientes si la ocurrencia de uno no está ligada en forma alguna con la ocurrencia de otro.

Eventos exhaustivos: su unión forma Ω

Evento complementario: complemento de A es A^c tal que $A^c = \Omega - A$

Son excluyentes y exhaustivos

Operaciones con Eventos

Adición de eventos mutuamente excluyentes: dos eventos A y B serán mutuamente excluyentes cuando no se presentan simultáneamente, es decir cuando la ocurrencia de uno (A) excluye la ocurrencia del otro (B) . En ese caso no tendrán elementos en común:

$$A \cap B = \varnothing \qquad \varnothing = \text{conjunto vacío}$$

Por lo tanto

$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Operaciones con Eventos

***Adición de eventos no mutuamente excluyentes*:** en este caso la ocurrencia de uno no excluye la presencia del otro, dos eventos A y B serán no mutuamente excluyentes cuando la ocurrencia de A no excluye la ocurrencia de B, o viceversa. En este caso:

$$A \cap B \neq \varnothing$$

Por lo tanto

$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Operaciones con Eventos

***Multiplicación de eventos independientes*:** Dos eventos C y D, son independientes si la ocurrencia de C no está ligada en forma alguna con la ocurrencia de D. Por lo tanto la probabilidad conjunta de C y D se calcula como:

$$\mathbf{P\ (C \cap D) = P\ (C) \times P\ (D)}$$

Operaciones con Eventos

***Multiplicación de eventos dependientes*:** Dos eventos C y D, son dependientes cuando la ocurrencia de C esta ligada a la ocurrencia previa de D, o viceversa. Por lo tanto la probabilidad conjunta de C y D se calcula como:

$$\mathbf{P(C \cap D) = P(C/D) \times P(D)}$$ o bien

$$\boxed{P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)}}$$

Donde: P(C/D) se define como **probabilidad condicional**

P(C∩D) = la probabilidad de los sucesos que presentan los atributos C y D

P(D) = la probabilidad marginal del evento D.

Análisis Combinatorio

Herramienta de la Matemática que nos permite en ciertas ocasiones conocer el número de sucesos posibles de un experimento.

Permutaciones : **es el conjunto de arreglos de r elementos que se pueden formar de un total de n elementos donde el <u>orden de estos elementos es importante</u>, es decir, dos arreglos son diferentes si el orden de los elementos es distinto.**

$$P_r^n = n^r \qquad\qquad P_r^n = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Con reposición **Sin reposición**

Combinaciones: es el conjunto de arreglos de r elementos que se pueden formar de un total de n elementos sin reposición y donde el orden de lo elementos no es importante, es decir dos arreglos con los mismos elementos pero en distitnto orden son considerados iguales.

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Ejemplo: si tenemos un grupo de 4 novillos: un Hereford (E), un Charolais (C) , un Holando (H) y un Abeerden Angus (A) y se extraen dos novillos al azar decir cantidad de arreglos o grupos en los siguientes casos:

- Con reposición y donde importa el orden

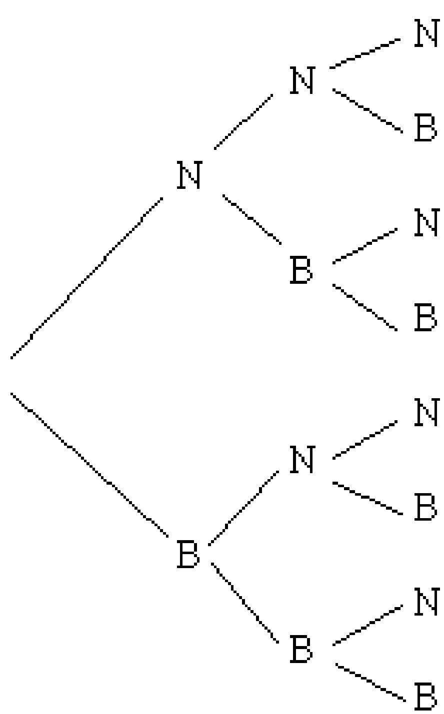
- Sin reposición y donde importa el orden

- Sin reposición y donde no importa el orden

Arboles de probabilidades

Cuando un experimento es la repetición de sucesivas experiencias simples, es útil representar secuencialmente los resultados posibles en un árbol de probabilidades, donde cada rama indica el resultado obtenido en cada uno de los pasos, así como la probabilidad del suceso.

Por ejemplo se extraen 3 bolillas de una urna que contiene 6 bolillas negras y 4 blancas, el árbol correspondiente resulta:



Ejercicio 1

- *Un investigador realiza la observación de 3 semillas a fin de determinar si están afectadas por un virus:*

Preguntas:

- *Defina la variable aleatoria bajo estudio*
- *Los valores que puede asumir la variable aleatoria.*
- *Los puntos muestrales o resultados posibles.*
- *El espacio muestral*
- *La distribución de probabilidades*
- *El evento de encontrar 2 o más semillas afectadas*

Ejercicio 2

- *Supongamos que se toma una muestra aleatoria con reposición de tamaño n=2 a partir del conjunto {1,2,3} y se produce el siguiente espacio muestral con 9 puntos muestrales:*

Ω={(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)}

- *Definimos la variable aleatoria Y=suma de los dos números, que conforma un espacio muestral*
- *Establecemos los siguientes eventos:*

  El evento A *. Puntos muestrales cuya suma sea un número par: A={(1,1),(1,3),(2,2),(3,1),(3,3)} y P(A)= 5/9.*

  El evento B*. Puntos muestrales cuya suma sea un número impar:*

  B={(1,2),(2,1),(2,3),(3,2)} y P(B)=4/9.

  El evento C*. Elementos cuya suma es 5.*

Ejercicio 2 - Preguntas

- Que tipo de concepto de probabilidad aplicaría para calcular probabilidades ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A o B?
- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra B o C?

Ejercicio 3

- *Los siguientes datos corresponden a clasificaciones de 320 lotes en producción de tres grupos o consorcios de productores. Las clasificaciones se realizaron según el nivel de la producción*

Nivel de Producción	Grupo de Productores A	Grupo de Productores B	Grupo de Productores C	Total
Alto	20	10	50	**80**
Medio	25	18	27	**70**
Bajo	75	62	33	**170**
Total	**120**	**90**	**110**	**320**

Ejercicio 3 - Preguntas

- Conociendo esta tabla, qué concepto de probabilidad podría aplicar para asignar probabilidad a eventos de interés?
- Cuál es la probabilidad de obtener un nivel alto de producción?
- Cuál es la probabilidad de obtener un nivel bajo de producción y ser productor del grupo A?
- Cuál es la probabilidad de un nivel bajo de producción dado que el productor pertenece al grupo A? Cómo se llama este tipo de probabilidad?