

Matemática

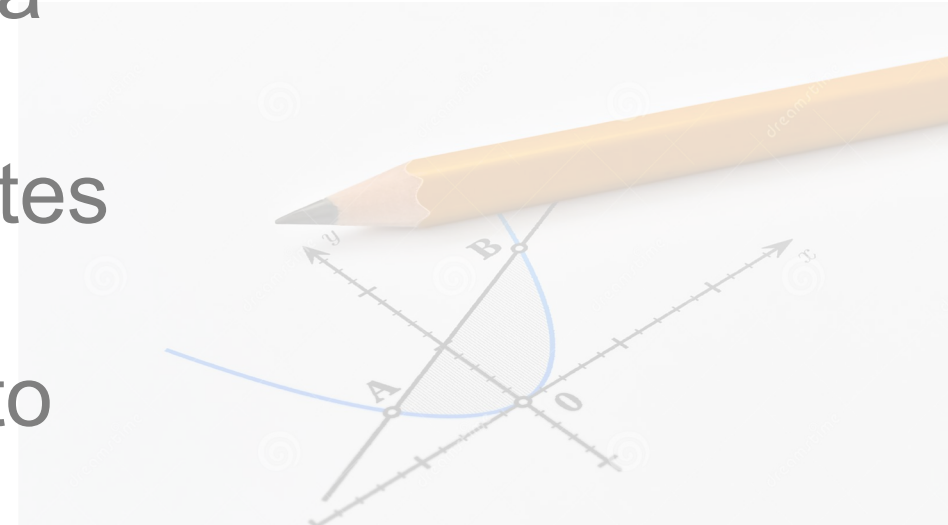
Capítulo 4 (Repaso) Funciones de variable real



FUNCIONES

En esta clase de repaso trabajaremos con 5 ejemplos:

- Ejemplo 1: Función Lineal
- Ejemplo 2: Función Cuadrática
- Ejemplo 3: Funciones con raíz cuadrada
- Ejemplo 4: Funciones definidas por partes
- Ejemplo 5: Funciones con valor absoluto



Ejemplo 1:

Función lineal

$$f(x)=mx+b$$

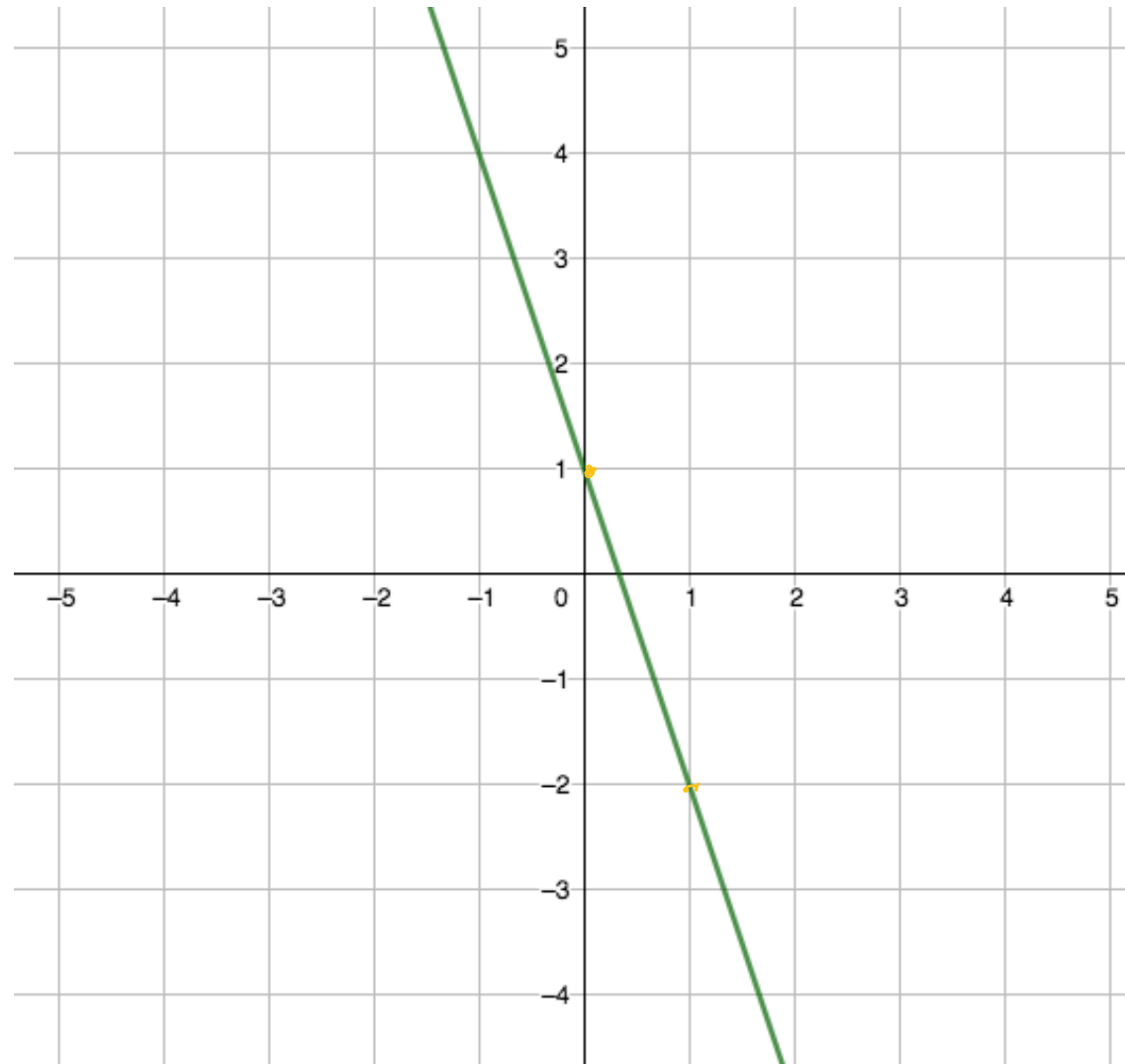
- Dominio= \mathbb{R}
- Imagen
- Gráfica \rightarrow recta

Para determinar la Imagen conviene hacerlo despues de hacer la gráfica.

$$f(x) = 1 - 3x$$

Dom=R

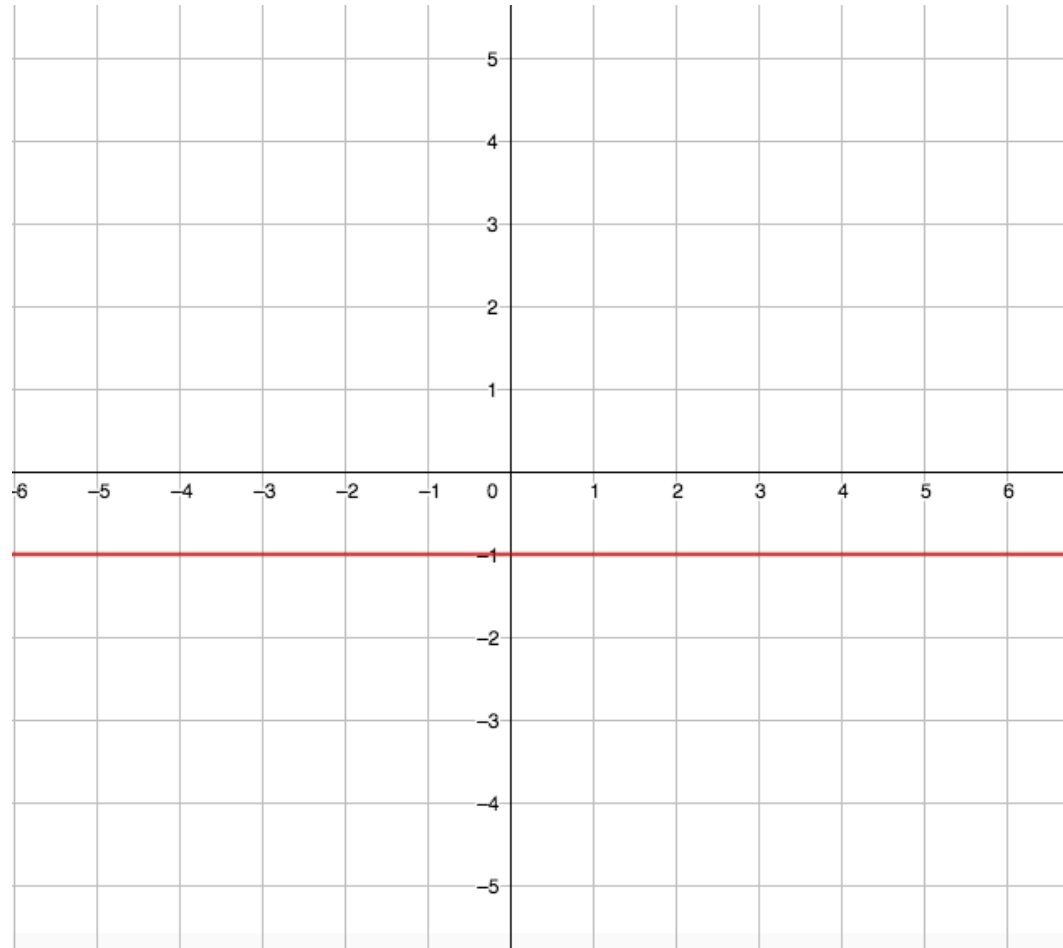
Img= R



$$g(x) = -1$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Img} = \{-1\}$$



Ejemplo 2:

Función Cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Dominio = \mathbb{R}
- Imagen
- Gráfica \rightarrow parábola

Para determinar la Imagen conviene hacerlo después de hacer la gráfica.

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 8$$

Graficamos la parábola(reemplazamos $f(x)$ por y)

$$y = 2x^2 - 4x + 8$$

$$y = 2(x^2 - 2x) + 8$$

$$y = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 8$$

$$y = 2((x - 1)^2 - 1) + 8$$

$$y = 2(x - 1)^2 - 2 + 8$$

$$y = 2(x - 1)^2 + 6$$

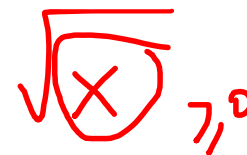


$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Img} = [6, +\infty)$$

Ejemplo 3: Funciones con raíz cuadrada

- Dominio ✓
- Imagen
- Gráfica



$$\downarrow$$
$$\boxed{f(x)} = -\sqrt{2+x}$$

Dominio:

$$\boxed{2+x} \geq 0$$
$$x \geq -2$$

$$D = [-2, +\infty)$$

Si reemplazamos $f(x)$ por y

$$y = -\sqrt{2+x}$$

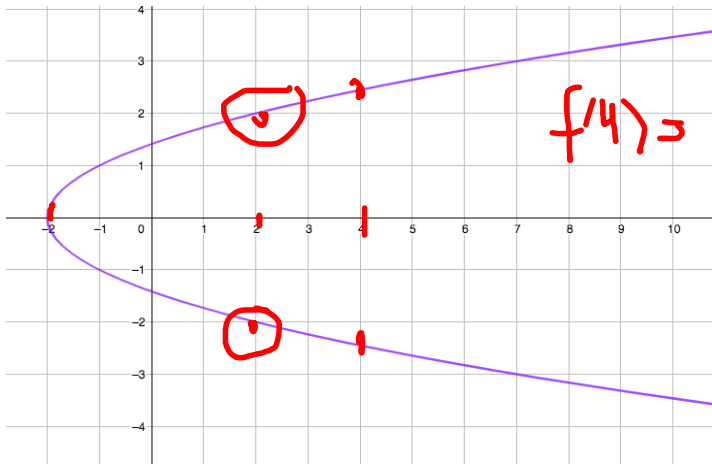
$$(-y)^2 = 2+x$$

$$y^2 = x+2$$

$(-2, 0)$

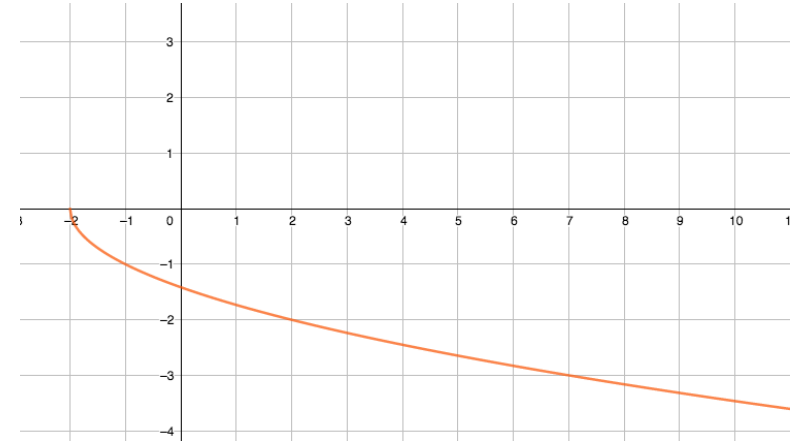
Graficamos la parábola

f_1

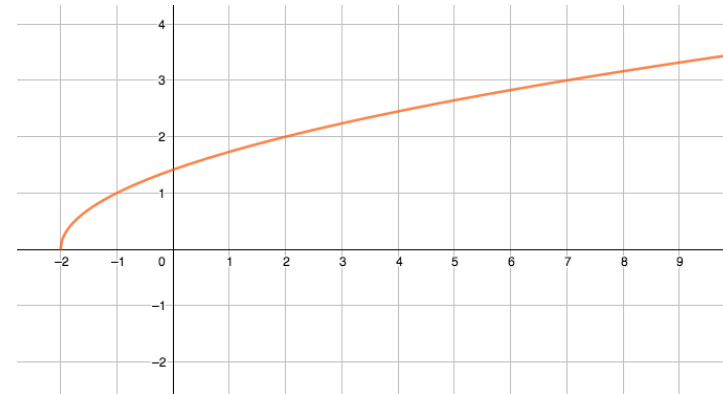


La gráfica de la función es la rama de la parábola que toma los valores negativos

Gráfica de $F(x) = -\sqrt{2+x}$



Si nos hubiesen dado la función $F_2(x) = \sqrt{2+x}$, la gráfica es la rama de la parábola que toma los valores positivos.



»» No es la gráfica de la función $F(x)$ ««

$$f(x) = -\sqrt{2+x}$$

$$\text{Dom} = [-2, +\infty)$$

$$\text{Im} = (-\infty, 0]$$



Ejemplo 4:

Funciones definidas por partes

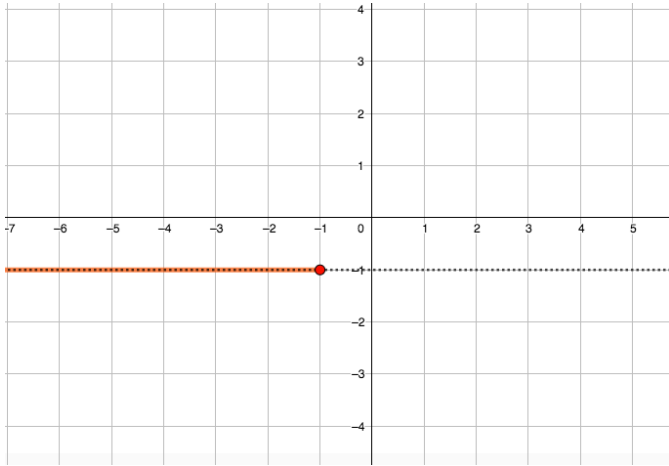
- Dominio
- Imagen
- Gráfica

$$G(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -1 \\ x + 2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x^2 - 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

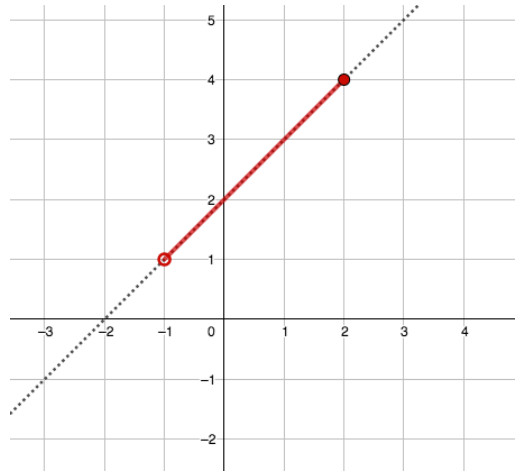
Dominio: $D = \mathbb{R}$

¿Cómo graficamos $G(x)$? Graficando “las partes” de las funciones que componen a G

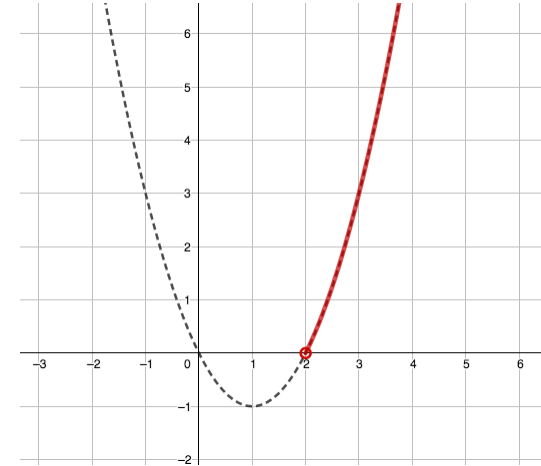
Si $x \leq -1$, $G(x) = -1$.



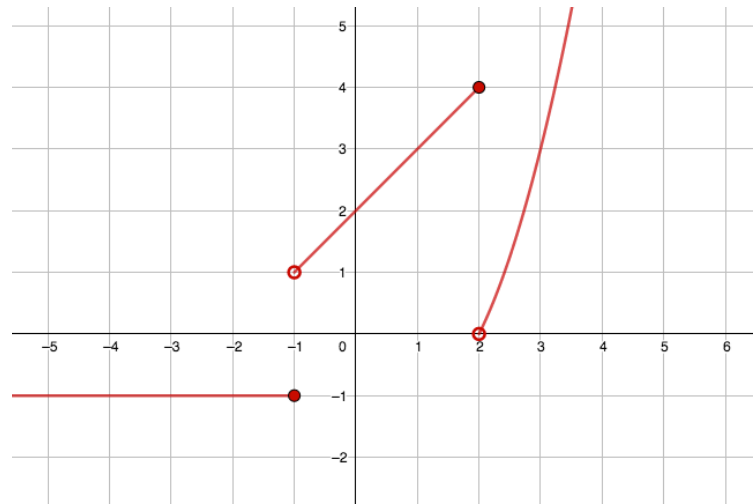
Si $-1 < x \leq 2$, $G(x) = x + 2$

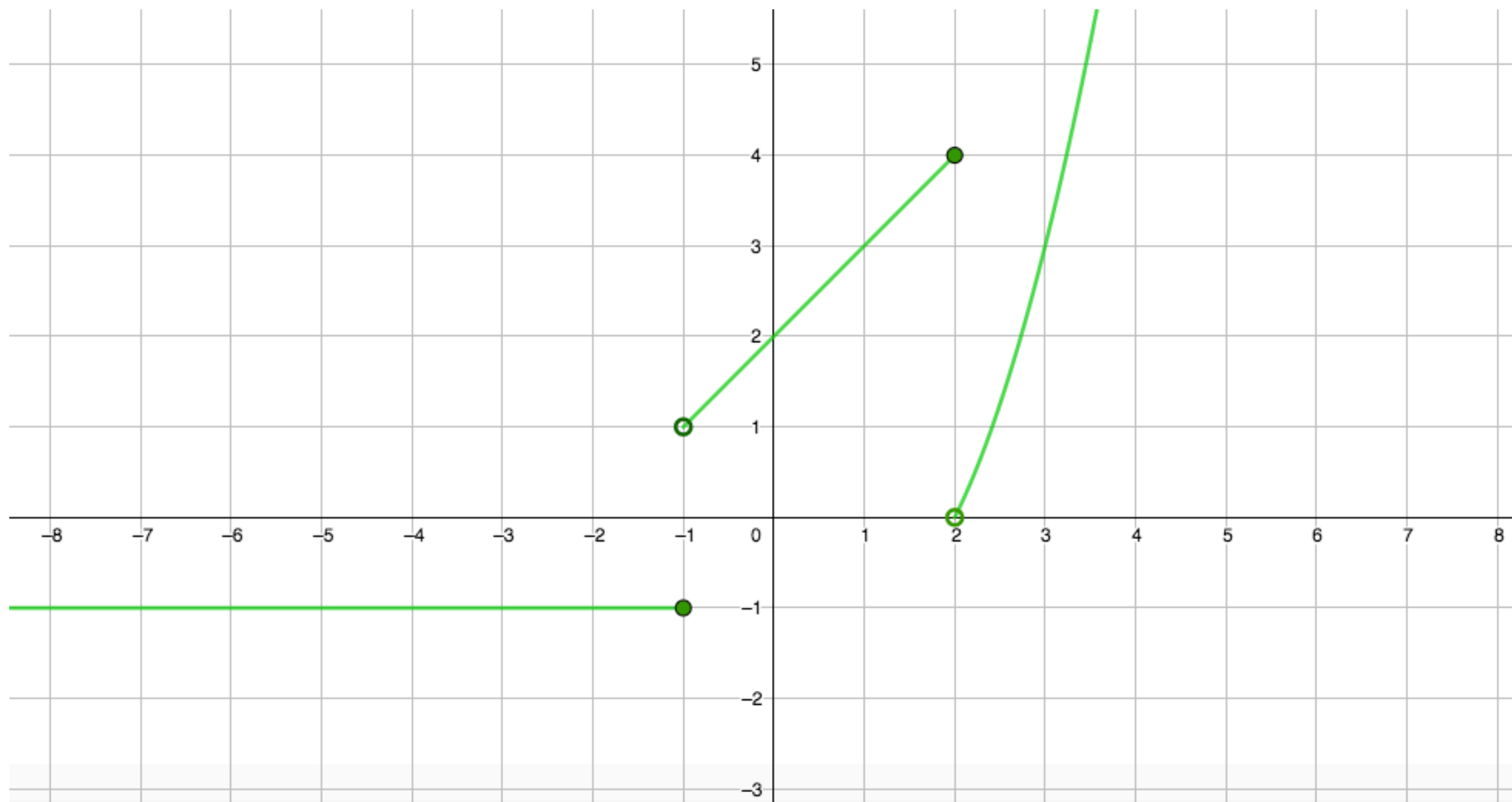


Si $x > 2$, $G(x) = x^2 - 2x$



Con lo cual la gráfica de $G(x)$ queda:





$$G(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -1 \\ x + 2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x^2 - 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

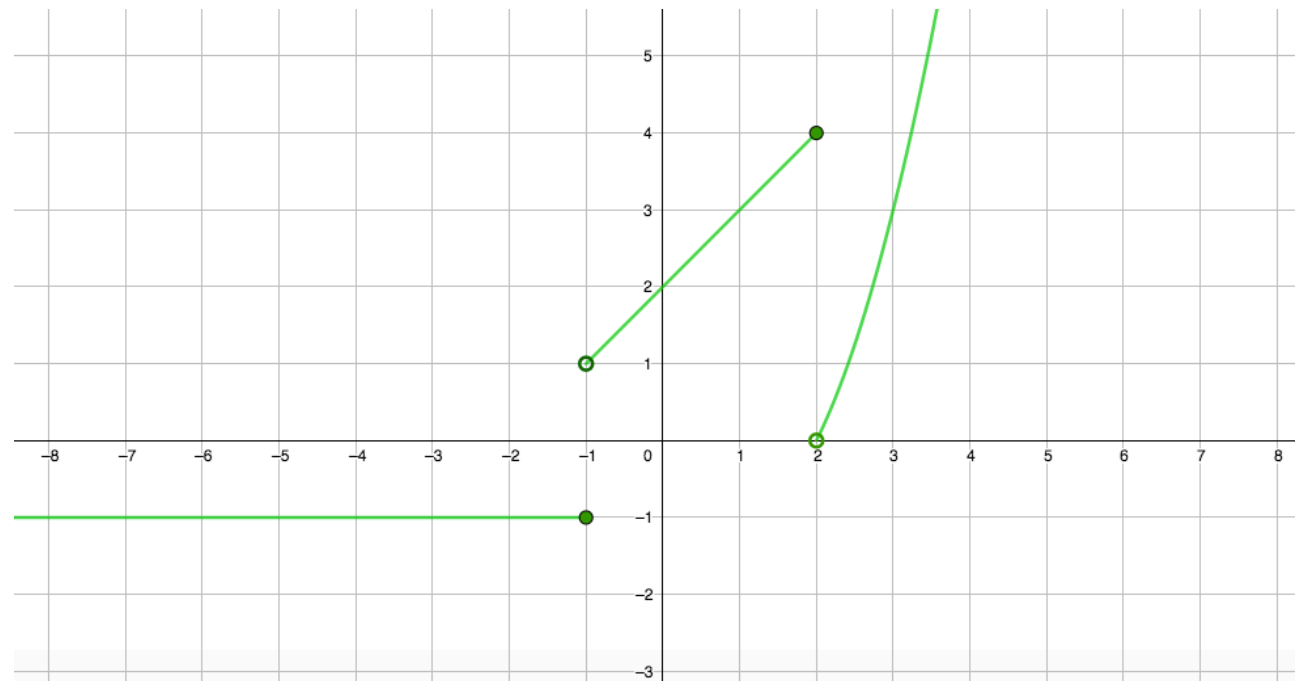
Dominio:

$$D = \mathbb{R}$$

Imagen:

$$Im = \{-1\} \cup (0, +\infty)$$

Gráfica de G(x)



Ejemplo 5: Funciones con valor absoluto

- Dominio
- Imagen
- Gráfica

$$H(x) = \frac{x}{|x|}$$

Dominio: $D = \mathbb{R} - \{0\}$

$$H(x) = \frac{x}{|x|}$$

Sabemos que la función valor absoluto se define como: $|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$

Con lo cual $H(x)$ va a estar definida por partes de la siguiente manera:

si $x > 0$ el $|x| = x$ reemplazo en $H(x)$ $H(x) = \frac{x}{x} = 1$

si $x < 0$ el $|x| = -x$ reemplazo en $H(x)$ $H(x) = \frac{x}{-x} = -1$

En resumen, $H(x)$ nos queda:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$H(x) = x/|x|$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{Im} = \{-1, 1\}$$

