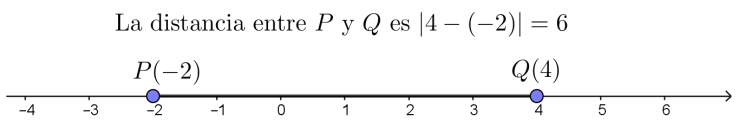
Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. UNLP. Matemática. 2020

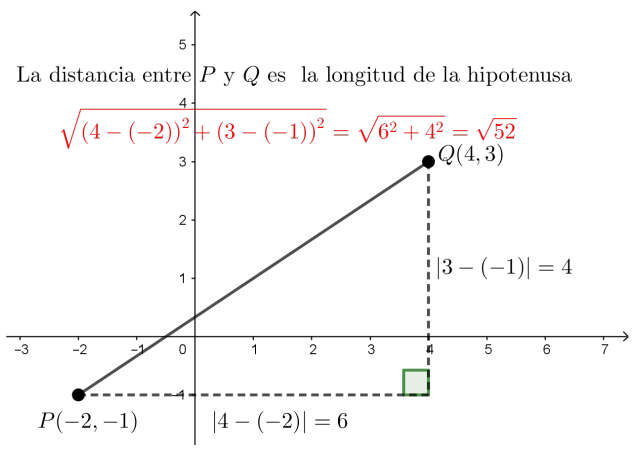
Capítulo 2. Lugares geométricos. Rectas.

1. Distancia entre puntos

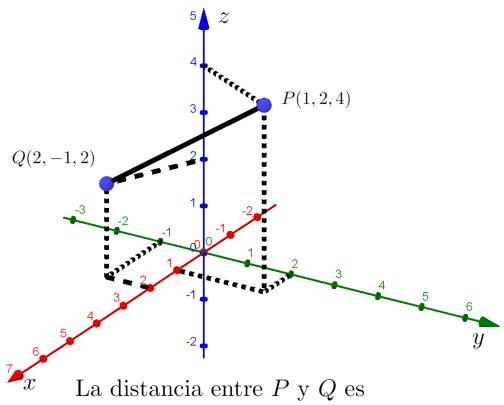
   - En la recta $\mathbb{R}$ la distancia entre dos puntos $P(a)$ y $Q(b)$ es $|b-a|$, por ejemplo:



   - En el plano $\mathbb{R}^2$ la distancia entre dos puntos $P(a_1, a_2)$ y $Q(b_1, b_2)$ es $\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$, por ejemplo:



   - En el espacio $\mathbb{R}^3$ la distancia entre dos puntos $P(a_1, a_2, a_3)$ y $Q(b_1, b_2, b_3)$ es $\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$, por ejemplo:

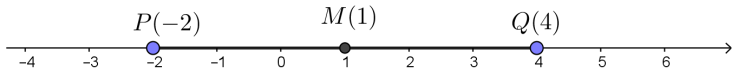


La distancia entre P y Q es

$$\sqrt{(1-2)^2+(-1-2)^2+(4-2)^2}=\sqrt{14}$$

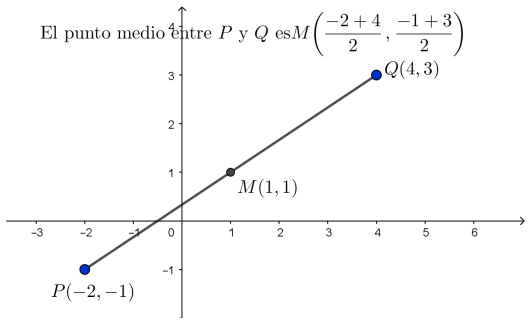
2. Punto medio de un segmento

   - En la recta $\mathbb{R}$ el punto medio entre los puntos $P(a)$ y $Q(b)$ es $M(\frac{a+b}{2})$, por ejemplo:

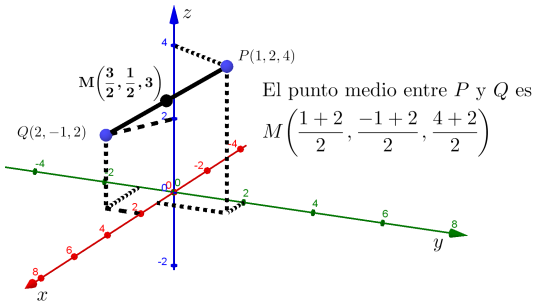


El punto medio entre P y Q es $M\left(\dfrac{-2+4}{2}\right)$

   - En el plano $\mathbb{R}^2$ el punto medio entre dos puntos $P(a_1,a_2)$ y $Q(b_1,b_2)$ es $M\left(\frac{a_1+b_1}{2},\frac{a_2+b_2}{2}\right)$, por ejemplo:



- En el espacio $\mathbb{R}^3$ el punto medio entre dos puntos $P(a_1, a_2, a_3)$ y $Q(b_1, b_2, b_3)$ es $M\left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}, \frac{a_3+b_3}{2}\right)$, por ejemplo:



3. La recta

   Una recta es el lugar geométrico de los puntos del plano que verifican una ecuación lineal.

   Es decir que los puntos del plano que se encuentran en una recta son:

   $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = mx + b\}$

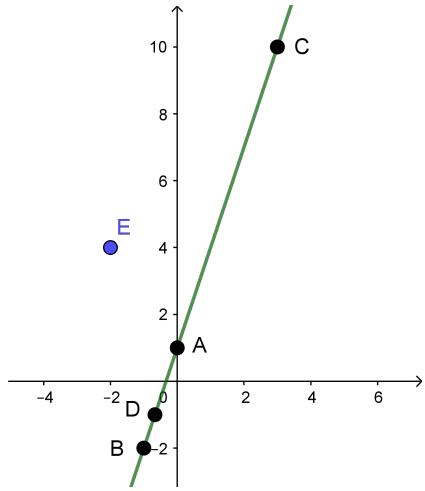
   - Todos los puntos que se encuentran en una recta son de la forma $(x, mx + b)$

     Por ejemplo:

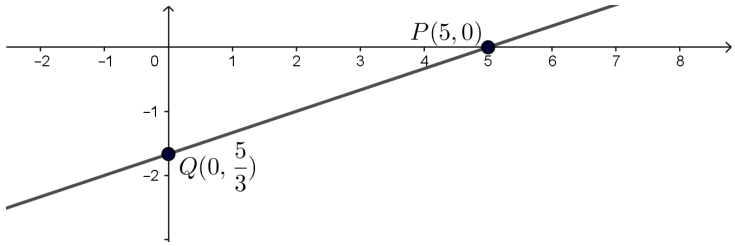
     Si $y = 3x + 1$ algunos puntos que están en la recta son:
     $A(0, 1)$; $B(-1, -2)$; $C(3, 10)$; $D(-\frac{2}{3}, -1)$; ...

El punto $E(-2,4)$ pertenece a la recta?

Como $x=-2$ para que E pertenezca a la recta, su segunda coordenada debería ser $(-2)3+1=-5\neq 4$



- Graficar la recta de ecuación $x-3y=5$
  Despejamos $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{5}{3}$
  La pendiente es $\mathbf{m}=\dfrac{1}{3}$
  Dos puntos que pertenecen a la recta son:
  $P(5,0)$ y $Q(0,-\dfrac{5}{3})$ (ordenada al origen)

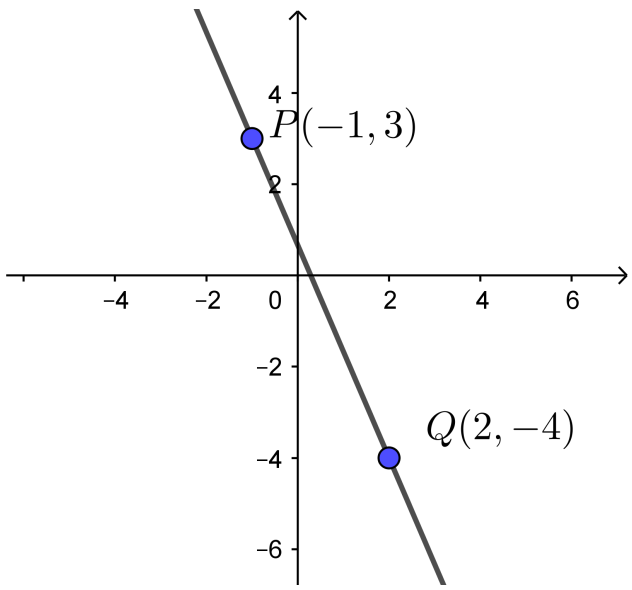


- Graficar y encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(-1,3)$ y $Q(2,-4)$ (Ejemplo c) pag. 25 libro de cátedra):

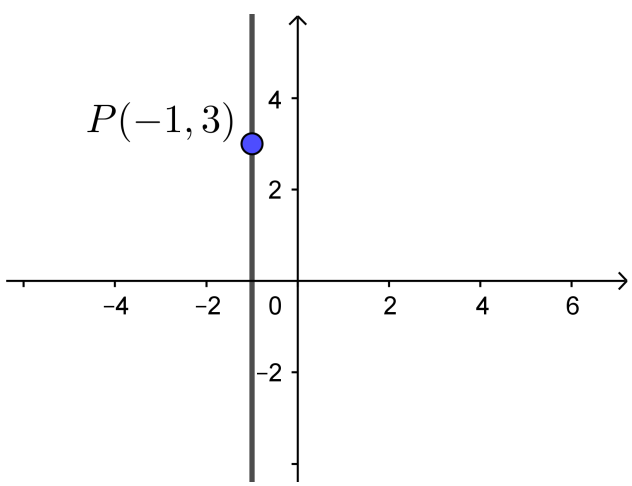
$$y-3=-\frac{7}{3}(x+1)$$

O, si despejamos y:

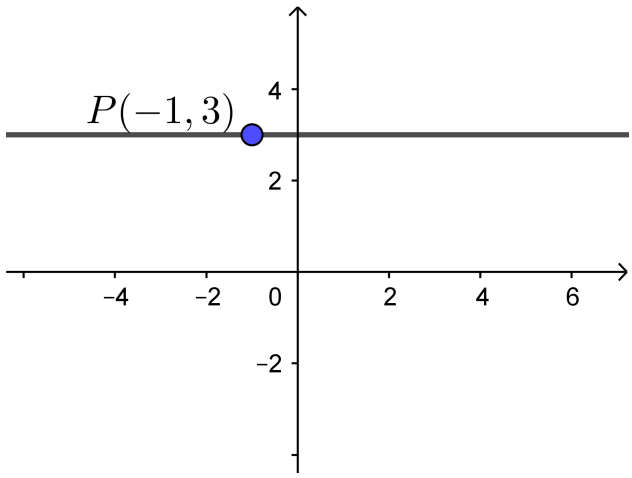
$$y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$$



- Cuales son las ecuaciones de rectas:
  Paralela al eje y y que pase por el punto $P(-1,3)$
  La ecuación de la recta es $x = -1$



Paralela al eje x y que pase por el punto $P(-1,3)$ La ecuación de



la recta es $y = 3$

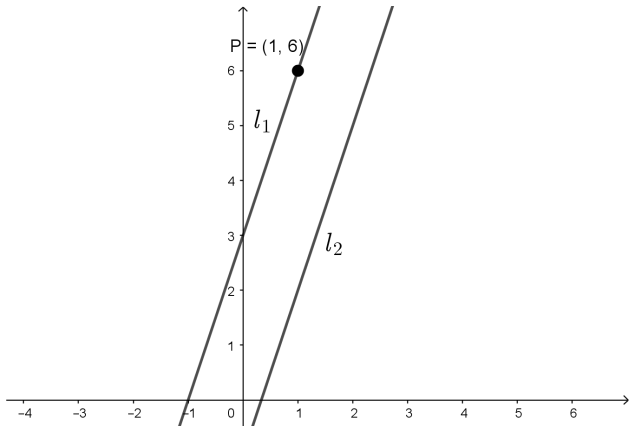
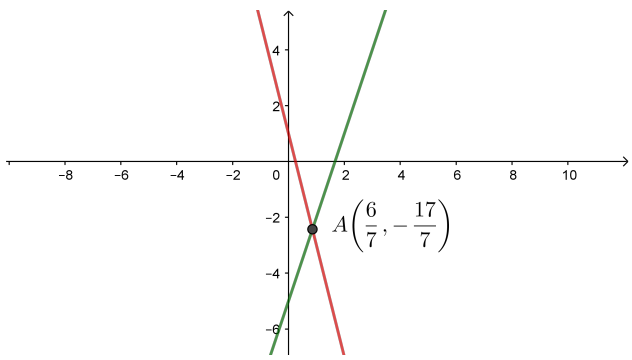
- Determinar si la gráfica de $l_1 : \quad y = 3x + 3$ y la de $l_2 : \quad 2y + 2 = 6x$ son paralelas, perpendiculares o ninguna de ambas. Graficar. (Ejercicio 5 c del libro de cátedra, pag. 28)

  Para saber si son paralelas o perpendiculares debemos calcular la pendiente de cada recta:
  La pendiente de la recta l_1 es $m_1 = 3$
  La pendiente de la recta l_2 es $m_2 = 3$
  Luego las rectas son *paralelas o coincidentes*:

  Si son paralelas no tendrán ningún punto común. Si son coincidentes todos sus puntos son comunes.

  Para verificarlo elijo un punto cualquiera de l_1 y me fijo si está en l_2:

  Por ejemplo, $P(1,6)$ está en l_1 pero como $2.6 + 2 = 14 \neq 6.1 = 6$ P no es un punto de l_2 entonces las rectas son paralelas.



- Ejemplo a) página 26