Matemática

Semana 12/10
Encuentro 27

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Cronograma

Seguí las actualizaciones en el aula virtual ¡!

12/10 al 16/10	**14. Extremos de una función**

Usamos una nueva versión de la Guía Teórico Práctica

Aula virtual

Material disponible en el Aula Virtual

- **Nueva versión del Libro**. Lo vas a encontrar en la pestaña ACTIVIDADES PARA EL CURSO

Libro de cátedra para la segunda parte con algunas modificaciones lo iremos subiendo aquí. Los capítulos que faltan se van a ir agregando.
Libro (clic aquí)

- **Material adicional:**

Ejercicios sobre crecimiento-decrecimiento (clic aquí)
Ejercicios sobre crecimiento-decrecimiento-extremos (clic aquí)

Libro 2020- Parte 2

Capítulo 14. Extremos de una función.

14.1. **Funciones crecientes y decrecientes**
14.2**. Punto crítico**
14.3. **Máximo local y mínimo local**
14.4. **Máximo absoluto y mínimo absoluto**
14.4.1. Máximos y mínimos absolutos en un intervalo cerrado

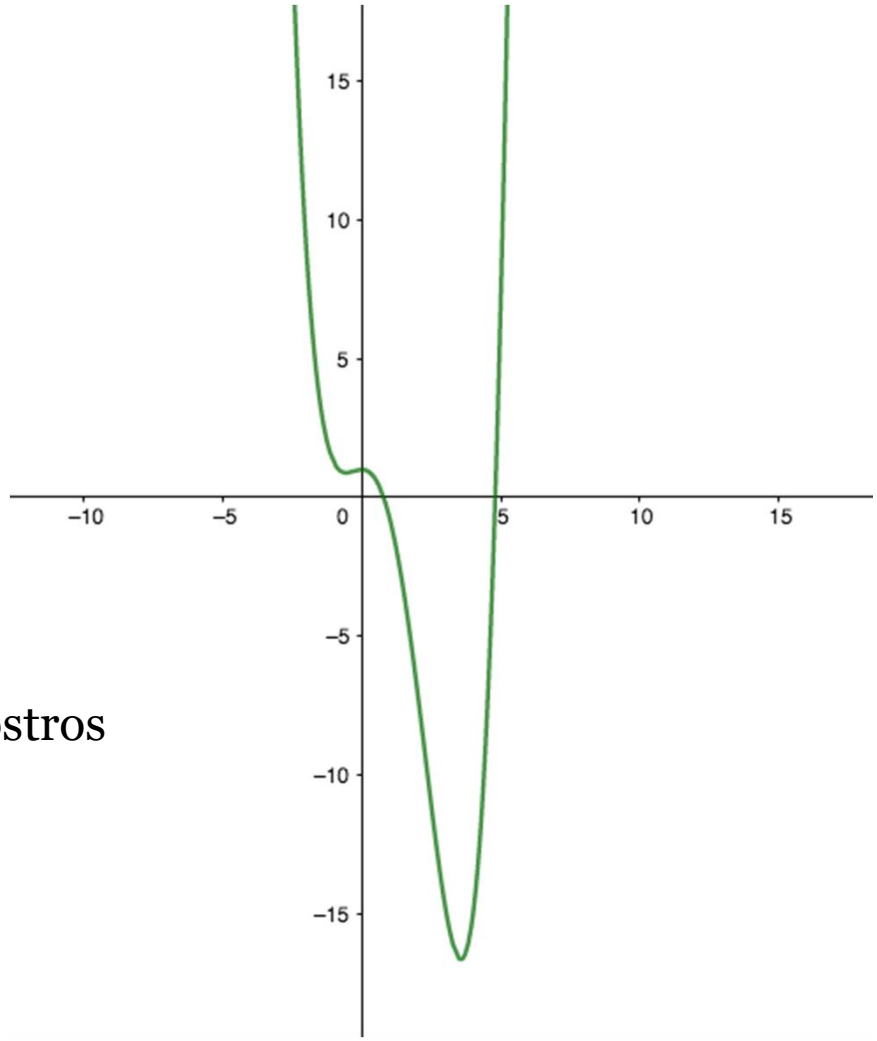
14.5. **Ejercicios pp 82-84**

Actividades

Dada esta función:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 1$$

El gráfico que se obtiene es:



Este gráfico lo hicimos usando GG, en el Próximo capítulo tendremos todas las Herramientas para poder graficarlo nosostros

¿ Qué nos dice la derivada primera acerca de la función f(x)?

Si $f'(x) > 0$ en un intervalo entonces f es **creciente** en ese intervalo

Si $f'(x) < 0$ en un intervalo entonces f es **decreciente** en ese intervalo

Un **punto crítico** de f es un número c tal que $f'(c) = 0$ o $f'(c)$ no existe

Si f tiene un máximo o mínimo local en c y si existe $f'(c)$ entonces $f'(c) = 0$, es decir, c es un punto crítico de f.

1) Determinar los intervalos donde $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 1$ es creciente o decreciente y los extremos relativos de f.

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 1$ es una función polinómica con Dom = R es continua y derivable en R . Su derivada también es continua en R.

Para analizar los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

- Calculamos su derivada:

$$f'(x) = 2\,x^3 - 3x^2 - 2\,x$$

- Buscamos los puntos críticos

$$f'(x) = 0$$

$2\,x^3 - 3x^2 - 2\,x = 0$ debemos resolver esta ecuación.

$D = \mathbb{R}$

- Resolvemos

$x\,(2\,x^2 - 3x - 2\,) = 0$ entonces $x = 0$ o $(2\,x^2 - 3x - 2\,) = 0$

Luego nos queda que $x = 0, x = 2\ y\ x = -\frac{1}{2}$ son números críticos de la función.

- Analizamos el signo de la derivada para determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento

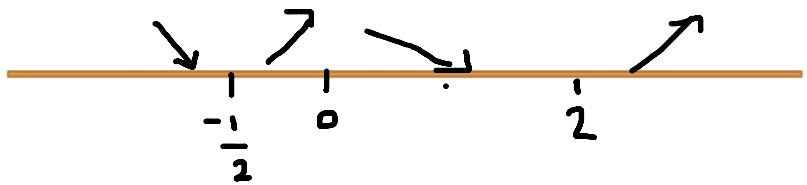
Teniendo en cuenta los números críticos dividimos en intervalos al dominio de f(x) y analizamos el signo de la derivada en cada uno de los intervalos

$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$; $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$; $(0,2)$ y $(2, +\infty)$

$f'(x)$ ↗ ↘

	Signo de $f'(x)$ (tomamos un número cualquiera de intervalo , evaluamos en la derivada y analizamos su signo)	Comportamiento de $f(x)$
$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	-1 es un número del intervalo dado, evalúo en $f'(x)$ $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x$ $f'(-1) < 0$ $f'(x) < 0$	f es decreciente
$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$	-1/4 es un número del intervalo dado, evalúo en $f'(x)$ $f'(-1/4) > 0$	f es creciente
$(0,2)$	1 es un número del intervalo dado,, evalúo en $f'(x)$ $f'(1) < 0$	f es decreciente
$(2, +\infty)$	3 es un número del intervalo dado, evalúo en $f'(x)$ $f'(3) > 0$	f es creciente

- Indicamos los extremos relativos



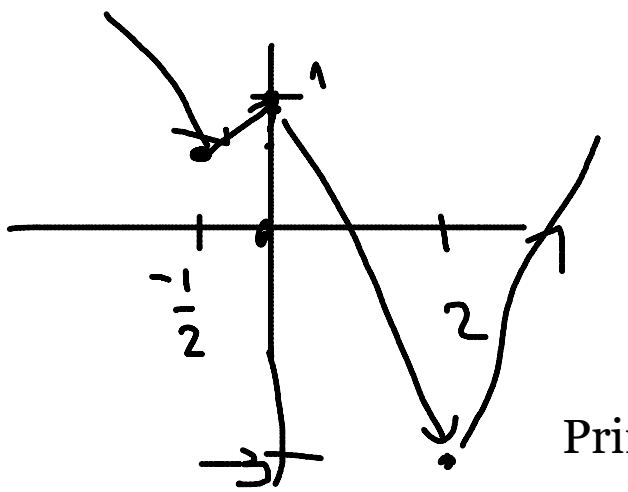
$\left(-\frac{1}{2}, \frac{29}{32}\right)$

Entonces en $x = -\frac{1}{2}$, $f(x)$ *toma un valor mínimo relativo y es* $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{29}{32}$

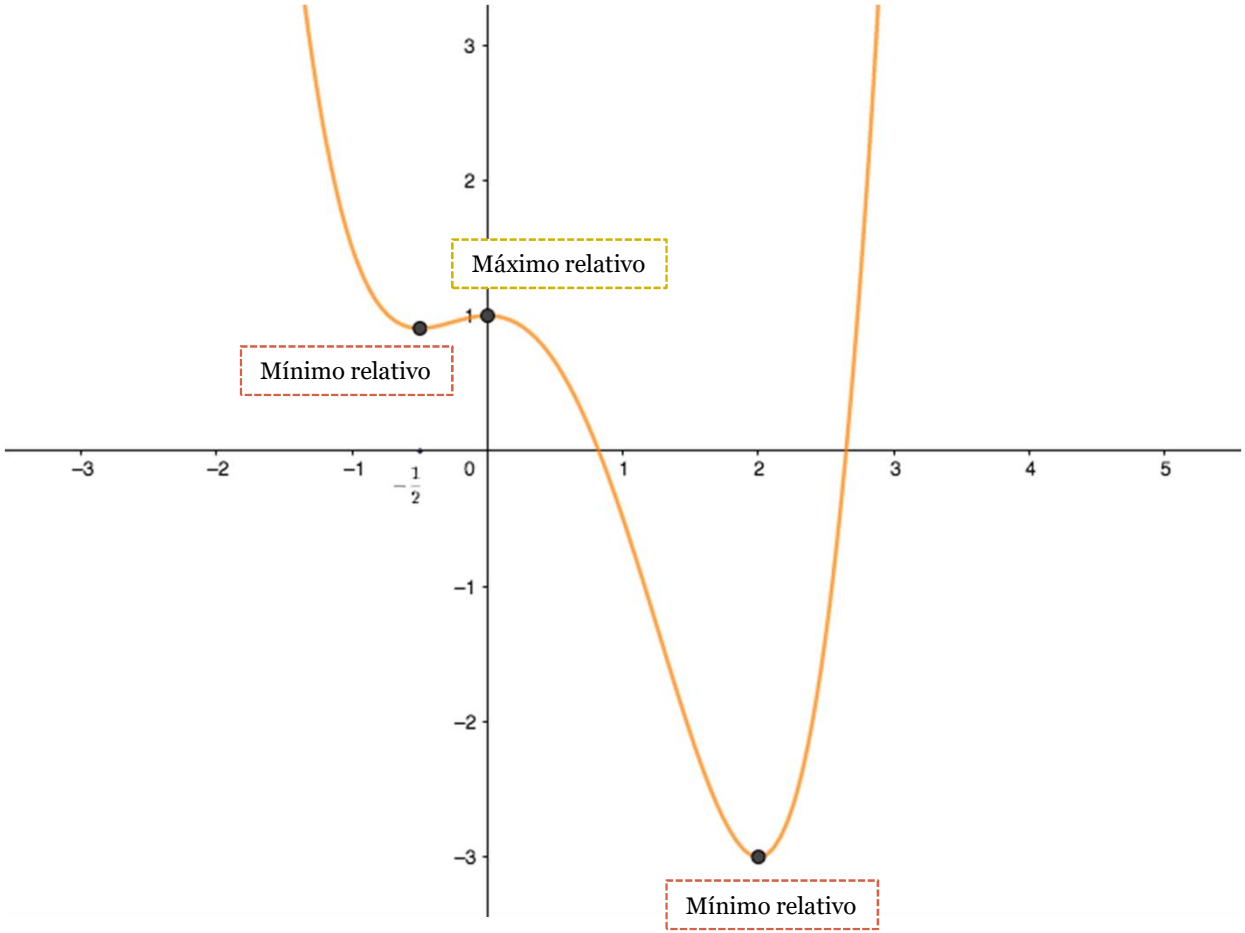
$x = 0$, $f(x)$ *toma un valor máximo relativo y es* $f(0) = 1$ $\rightarrow (0, 1)$

$x = 2$, $f(x)$ *toma un valor mínimo relativo y es* $f(2) = -3$

$\rightarrow (2, -3)$



Primer esbozo de la función



Extremos relativos de la función en todo su dominio

Máximo y mínimos absolutos

Teorema: Sea f una función continua sobre un intervalo cerrado $[a, b]$. Entonces existe un punto en el intervalo donde f tiene un máximo absoluto y existe un punto en el intervalo donde f tiene un mínimo absoluto.

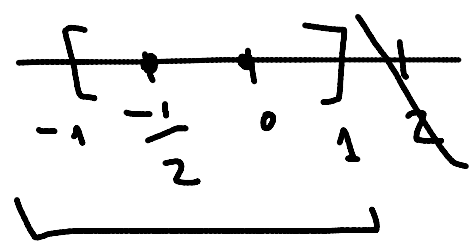
$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - x^2 + 1$$

$[-1, 1]$

1) P. críticos.

$x = -\frac{1}{2}\ ;\ 0\ ;\ 2$

2)



- Determinamos los extremos absolutos en el intervalo dado

Tener en cuenta que f(x) es una función continua y el intervalo es un intervalo cerrado

Máximo absoluto de f(x) en el intervalo

	x	f(x)
Extremo del intervalo	-1	3/2
Extremo del intervalo	1	-1/2
Punto crítico	$-1/2$	29/32
Punto crítico	0	1

Mínimo absoluto de f(x) en este intervalo