5

Finanzas Forestales

Clutter JL, Fortson JC, Pienaar LV, Brister GH & RL Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. Chapter 5 - Forest finance: 143:180. John Wiley & Sons, New York. La presente traducción tiene fines exclusivamente didácticos. Pablo Yapura.

Los individuos hacen inversiones en un intento por obtener un patrón óptimo de consumo en el tiempo. Dado que el consumo presente es preferible al consumo futuro, los inversores solo sacrificarán el disfrute actual si el disfrute futuro proyectado tendrá mayor utilidad. Si las inversiones deben ser hechas sabiamente, el propietario o los propietarios del capital de inversión deben especificar la utilidad presente y los objetivos del consumo futuro. En las inversiones públicas, este tipo de especificación es una tarea compleja y difícil puesto que la propietaria es claramente la sociedad, y cada ciudadano tiene un voto en la determinación de los objetivos. Dada la diversidad de nuestra gente, no es sorprendente que los intentos por especificar los objetivos de la inversión pública a menudo implican disensos y conflictos.

Los objetivos de las corporaciones prueban ser más fáciles de especificar. La propiedad de las corporaciones es un atributo de los aspirantes al ingreso residual -los tenedores de acciones ordinarias-. Los accionistas aceptan el riesgo y especifican los objetivos. Una acción da derecho a un voto en el gobierno de la corporación. Aunque las corporaciones tienen muchas metas y objetivos, la maximización de la riqueza de los accionistas domina la estructura de metas. Esta meta normativa provee una política de inversiones clara y define el objetivo de la corporación.

Los autores de teoría financiera han demostrado que la meta de maximización de la riqueza del accionista puede ser mejor lograda mediante la maximización del valor de mercado de las acciones ordinarias. Las firmas corporativas de productos forestales deberían, consecuentemente, administrar sus inversiones forestales con esta meta de maximizar la riqueza claramente en mente. Por supuesto que las decisiones referidas a la inversión de capital en actividades forestales no afectan directamente el precio de las acciones. Las decisiones que hacen los inversores marginales son las que determinan el precio de las acciones. Sin embargo, si los inversores perciben a las decisiones de inversión de la firma como “buenas”, entonces el incremento de la demanda por acciones producirá un incremento de su precio. Debería reconocerse que el mercado es el juez último en lo relativo a la optimalidad de las decisiones de inversión de capital y que el precio actual de una acción es función de los dividendos esperados en el futuro.

5.1 EL VALOR TEMPORAL DEL DINERO

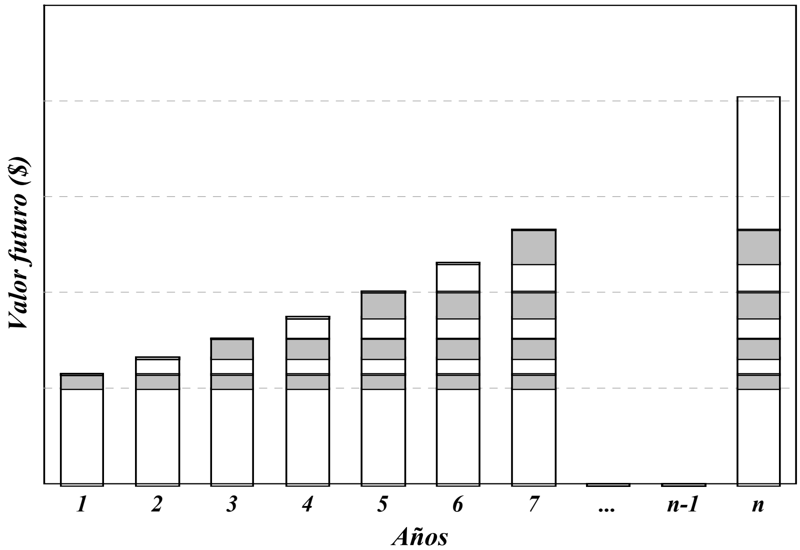
El dinero tiene usos alternativos. Existen instituciones financieras que pagarán por el uso de fondos de capital. Cualquier institución de ahorro competitiva aceptará un dólar hoy y devolverá una cantidad mayor en el futuro, digamos $1 + X dólares. De este modo, la inversión de $1 hoy retornará más de $1 dentro de un año. La inversa también debe cumplirse. Un dólar que se recibirá en el futuro tiene un valor inferior a $1 hoy. Esto es cierto debido a que la tenencia actual brinda la oportunidad de realizar la inversión inmediatamente.

5.1.1 Interés Simple y Compuesto

Supongamos que un monto V_0 se deposita en una institución que paga i por ciento devengado anualmente. Al final de 1 año, el depositante tendría la inversión inicial V_0, más el interés iV_0. El monto total que podría retirarse es $V_0 + iV_0$ o $V_0 (1 + i)$. Si el interés iV_0 fuera retirado, entonces la cantidad original V_0 permanecería por otro período. Así, un monto de iV_0 podría retirarse en cada período a perpetuidad. Esta es una ilustración del interés simple. Retirando el interés a medida que este se devenga, el monto básico (V_0) sobre el cual se acumula el interés permanece constante.

En el caso del interés compuesto, el interés devengado no se retira y el mismo se invierte. Como antes, se supone que se deposita V_0 en una institución que paga i por ciento de interés anual. Al final del

Figura 5.1 Crecimiento de un monto con interés compuesto.



primer año, se paga el interés por un monto de iV_0 y este se convierte en parte del capital depositado. Entonces el monto del depósito es el monto inicial V_0 más el interés obtenido iV_0, lo que totaliza $V_0 + iV_0$ o $V_0 (1 + i)$. Esta cantidad es entonces la que capitaliza a la tasa i. Al final del 2º año, el monto disponible es $V_0 (1 + i) + i[V_0 (1 + i)]$, que se puede escribir como $V_0 (1 + i)(1 + i) = V_0 (1 + i)^2$. Al final del 3º período el monto depositado es $V_0 (1 + i)^2 + i[V_0 (1 + i)^2] = V_0 (1 + i)^3$. La relación general es

$$V_n = V_0(1+i)^n \quad \textbf{(5.1)}$$

donde

V_n = valor futuro de un monto individual V_0 depositado en el momento 0 o ahora

V_0 = monto inicial

i = tasa de interés periódica apropiada[1]

n = número de períodos considerados

El incremento del patrimonio por medio del interés compuesto se ilustra en la Figura 5.1.

Para ilustrar esta relación, supongamos una inversión de $100 en una sociedad de ahorro y préstamos que paga 6% capitalizado anualmente. El monto que podría retirarse al final del décimo año es (en dólares):

$$V_n = 100(1{,}06)^{10} = 100(1{,}7908)^{10} = 179{,}08$$

A medida que el período de espera se incrementa, el valor futuro se incrementa fuertemente. Por ejemplo, con la tasa de interés del 6% empleada arriba, $100 invertidos hoy tendrán un valor de $33.930 al final de 100 años.

Por ejemplo, supongamos que se invierten $50 por acre en la fertilización de una plantación de *Pinus taeda* durante su establecimiento. Si se prevé una duración de la rotación de 30 años, ¿cuánto valor

[1] Asumimos por ahora que la capitalización ocurre anualmente. El tópico de capitalizaciones más frecuentes se tratará en la Sección 5.1.7.

adicional se debe derivar en el turno para que la inversión devengue 8%? El valor futuro del costo de fertilización es $V_0 = 50\ (1{,}08)^{30} = \$503{,}13$ y la tasa de interés del 8% se conseguiría si la fertilización incrementa el valor de la cosecha en esta cantidad.

En la relación $V_n = V_0\ (1 + i)^n$, el valor de cualquier variable puede determinarse si los valores de las otras tres son conocidos. Supóngase una propiedad que se compró por $400 en 1970. La propiedad no incurre en gastos ni genera ingresos intermedios y se vende en 1980 por $800 ¿Qué tasa de retorno devengó tal inversión? En este caso V_n, V_0 y n son conocidos y se puede determinar i. De

$$V_n = V_0(1+i)^n$$

se tiene

$$i = \left(V_n/V_0\right)^{(1/n)} - 1 \qquad \textbf{(5.2)}$$

y para el ejemplo

$$i = \left(800/400\right)^{(0.1)} - 1 = 0{,}0718 \text{ o } 7{,}18\%$$

5.1.2 Valor Actual

Los administradores de recursos forestales deben tomar decisiones hoy a pesar de que la información concerniente a los flujos de caja futuros proviene de expectativas más que de realidades. Las decisiones de invertir en un área de tierras boscosas o en la preparación del sitio y plantación de un sitio particular deben tomarse hoy. Los flujos de caja asociados con cualquiera de estas inversiones pueden ocurrir completamente en un futuro distante. En consecuencia, la cuestión clave es: ¿cuál es el valor hoy de una promesa de ingreso futuro? Esto implica el concepto de valor actual. Si $1 invertido hoy rendirá más que $1 en el futuro, entonces $1 hoy es más valioso que la promesa de $1 dentro de n años. La relación involucrada se obtiene re-arreglando la ecuación (5.1) como sigue

$$V_0 = V_n\big/(1+i)^n = V_n(1+i)^{-n} \qquad \textbf{(5.3)}$$

Si i es positivo, V_0 será inferior a V_n. La ecuación (5.3) muestra que el valor actual es función de (1) el monto de efectivo que se recibirá dentro de n años, (2) la duración del período de tiempo hasta recibir el ingreso de caja y (3) la tasa de interés. En un contexto de valor futuro, usualmente se denomina a i como tasa de interés, pero en los cálculos del valor actual a menudo se la llama tasa de descuento. Es importante destacar que las ecuaciones (5.1), (5.2) y (5.3) involucran sólo dos pagos -el monto inicial V_0 y el final V_n-. El término $1/(1 + i)^n$ es llamado *valor actual de un monto individual* y fue extensamente presentado en tablas para varias combinaciones de i y n. Sin embargo, las modernas calculadoras han hecho de estas tablas una rareza puesto que usualmente es más fácil calcular $1/(1 + i)^n$ que encontrar el valor en tablas.

Para ilustrar el cálculo del valor actual de una suma individual, considérese una inversión en un área de tierras forestales que se espera rendirá $10.000 cuando sea liquidada dentro de 10 años. Si no hay flujos de caja previos a la liquidación, el valor actual de esta suma futura con una tasa de descuento del 8% es (en dólares)

$$V_0 = 10.000\big/1{,}08^{10} = 4.631{,}93$$

Las inversiones forestales rara vez consisten en un egreso individual seguido de un ingreso individual. El patrón típico consiste de un egreso inicial seguido de una serie de ingresos y egresos. Las inversiones en bosques madereros a menudo muestran (1) un egreso inicial por la compra de la tierra, la preparación del sitio y la plantación, (2) una serie de egresos representando gastos impositivos y administrativos y (3) ingresos provenientes de raleos, cortas principales y suponiendo la liquidación de la tierra y las existencias remanentes en alguna fecha futura. La ecuación general para el valor actual de tal serie de flujos de caja es

$$V_0 = \sum_{t=0}^{n} C_t \big/ (1+i)^t \qquad \textbf{(5.4)}$$

donde

V_0 = valor actual de los flujos de caja

C_t = flujo de caja que se recibirá o invertirá en el tiempo t (este valor es positivo para entradas de caja y negativo para inversiones)

n = número de períodos

i = tasa de descuento apropiada

La fórmula (5.4) se emplea a menudo para valuar un patrimonio. Si los flujos de caja generados por la propiedad de un bien (excluyendo la compra inicial del bien) son evaluados con la ecuación (5.4) el valor resultante de V_0 es una estimación posible del "valor" del bien. Este tratamiento o abordaje representa la valuación denominada *por ingresos*[2], que define el valor de un bien como el valor presente de los flujos de caja generados por la propiedad del bien. La lógica de este tipo de cálculo es obvia y la aritmética necesaria es relativamente simple. La verdadera dificultad reside, por supuesto, en la estimación de los flujos de caja que emanarán de la propiedad de un bien particular en el futuro. Obviamente este problema es más serio cuando los períodos considerados son largos, como en el caso de muchas inversiones forestales.

El concepto de valor actual considera a la tasa de descuento como un factor de conversión entre dólares actuales y futuros. Por ejemplo, considérese la compra de un bono garantizado (libre de riesgos) que pagará $100 dentro de 10 años ¿Cuál es el valor actual asociado con la propiedad de tal bono? Debería quedar claro que este valor actual X, debe satisfacer la relación $\$0 < X < \$100$. Sería irracional plantear que $X = \$100$ puesto que esto negaría implícitamente la existencia de instituciones financieras que pagan tasas de interés positivas a los inversores. Supóngase que un inversor particular expresa que pagaría ahora $40 por el bono recientemente descripto. Esta expresión indica que la tasa de descuento operativa para este inversor particular es 9,6% dado que $\$40 = \$100/1{,}096^{10}$. La aplicación apropiada de esta tasa de descuento a flujos de caja futuro esperados por el inversor, transforma a los mismos en valores actuales.

Para ilustrar, supóngase que un inversor con una tasa de descuento está considerando la compra de un área de tierras boscosas. La siguiente información describe los detalles de la inversión potencial.

Raleo dentro de 2 años:

Remoción de 10 cuerdas/acre a $18 por cuerda	$180

Liquidación de la tierra y el bosque dentro de 5 años:

30 cuerdas/acre a $20 por cuerda	$600
Venta de la tierra a $200 por acre	$200

Los gastos anuales administrativos e impositivos son $4 por acre

2 Otros abordajes reconocidos para la valoración son por costos y por valor de mercado. Una presentación excelente de los tres métodos y sus méritos relativos y desventajas se puede encontrar en Davis (1966).

El flujo de caja esperado, ignorando impuestos a los ingresos se muestra en la Tabla 5.1. El valor actual de este flujo de caja es (en dólares)

$$V_0 = \frac{-4}{1{,}1} + \frac{176}{1{,}1^2} - \frac{4}{1{,}1^3} - \frac{-4}{1{,}1^4} + \frac{796}{1{,}1^5} = 630{,}32$$

Tabla 5.1 Flujo de fondos esperado por acre para una inversión forestal hipotética (en dólares).

Año	Monto
1	-4
2	176
3	-4
4	-4
5	796

La variable V_0 es el monto máximo que el inversor puede pagar por el área y aún ganar la tasa de retorno especificada en la tasa de descuento. Si el bien pudiera ser adquirido por $630,30, la inversión ganaría exactamente 10%. Un precio de compra inferior a $630,32 produciría un rendimiento superior al 10% mientras que un precio superior a $630,32 resultaría en una tasa de ganancia inferior a 10%

Otra interpretación del valor actual del flujo de caja surge de la expresión que dice que, si el valor actual calculado fuese pagado por el bien, con todas las inversiones financiadas por préstamos a la tasa de descuento especificada, los ingresos de caja deberían ser adecuados para la reposición del capital adeudado y sus intereses acumulados. Esta relación se ilustra en la Tabla 5.2 para la inversión en tierras boscosas que se describió.

Tabla 5.2 Flujo de caja (en dólares) para una inversión forestal hipotética financiada con un préstamo al 10%

Año	Ítem	Ingreso	Ítem	Egreso	Balance del préstamo
0	Préstamo	630,32	Compra de la tierra	630,32	630,32
1	Préstamo	4,00	Pago de impuestos	4,00	634,32
	Préstamo	63,03	Pago de intereses	63,03	697,35
2	Ingreso neto	176,00	Pago de intereses	69,74	697,35
			Reducción de deuda	106,26	591,09
3	Préstamo	59,11	Pago de intereses	59,11	650,20
	Préstamo	4,00	Pago de impuestos	4,00	654,20
4	Préstamo	65,42	Pago de intereses	65,42	719,62
	Préstamo	4,00	Pago de impuestos	4,00	723,62
5	Ingreso neto	796,00	Pago de intereses	72,36	723,62
			Repago del préstamo	723,63	0,00

5.1.3 Anualidades

El valor actual de cualquier patrón de flujos de caja se puede calcular con la ecuación (5.4). Sin embargo, algunas secuencias de flujos de caja comúnmente encontrados presentan estructuras particulares que simplifican los cálculos de evaluación. Uno de tales casos es una secuencia de flujos de caja que consiste en un número finito de períodos y flujos de caja de igual monto en todos los períodos. El primer flujo de caja ocurre al final del período 1 y el último ocurre al final del período $\boldsymbol{n}$. Cualquier secuencia de flujos de caja con esta estructura se denomina *anualidad*. El valor actual de tal secuencia de flujos de caja es

$$V_0 = \frac{A}{1+i} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{A}{(1+i)^n} \qquad \textbf{(5.5)}$$

donde

$\boldsymbol{A}$ = monto del flujo de caja por período

La serie a la derecha de la ecuación (5.5) es una *serie geométrica* (una serie es geométrica toda vez que cada término luego del primero es un múltiplo constante del término inmediatamente precedente). Una ecuación estándar está disponible para calcular la suma de cualquier serie geométrica[3]. Para la serie de la ecuación (5.5)

$$a_1 = A(1+i)^{-1}$$

y

$$r = (1+i)^{-1}$$

de modo que la suma está dada por

$$V_0 = \frac{A(1+i)^{-1}\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{1-(1+i)^{-1}}$$

que se reduce a

$$V_0 = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] \qquad \textbf{(5.6)}$$

La cantidad entre corchetes de la ecuación (5.6) es comúnmente denominada *valor actual de una anualidad de $1*. Se prepararon tablas mostrando los valores de este factor para varias combinaciones de $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{n}$.

[3] Las principales características de las series geométricas se pueden resumir como sigue: sean $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, ..., $\boldsymbol{a_n}$ los términos de la serie. La propiedad básica de una serie geométrica viene dado por

$$a_i = ra_{i-1} \qquad i = 2, 3, \ldots, n$$

donde $\boldsymbol{r}$ se denomina la razón común. Si $\boldsymbol{S}$ representa la suma de los términos de la serie geométrica, se demuestra fácilmente que

$$S = a_1\left(1-r^n\right)/1-r$$

Para ilustrar el uso de la ecuación (5.6) considérese un inversor que arrienda una área de tierras forestales por 5 años por un pago anual de \$20/acre. El valor actual de los pagos por arrendamiento con una tasa de descuento del 10% es (en dólares)

$$V_0 = 20\left[\frac{1{,}1^5 - 1}{0{,}1(1{,}1)^5}\right] = 75{,}82$$

Es importante recordar que la ecuación (5.6) es esencialmente un caso especial de la ecuación (5.4). Si el valor actual para el problema recién considerado se evalúa con la ecuación (5.4) (en dólares)

$$V_0 = \frac{20}{1{,}1} + \frac{20}{1{,}1^2} + \frac{20}{1{,}1^3} + \frac{20}{1{,}1^4} + \frac{20}{1{,}1^5} = 75{,}82$$

La ecuación (5.6) también expresa la relación involucrada en una situación de repago de préstamos. El prestamista entrega inmediatamente al tomador un monto V_0 y acepta a cambio la promesa de una anualidad consistente en n pagos de A dólares cada uno. El valor actual de esta anualidad es igual a V_0. Una fórmula para el monto de pago anual necesario para el repago de cualquier préstamo dado puede obtenerse resolviendo la ecuación (5.6) para la variable A. Esto da

$$A = V_0\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \textbf{(5.7)}$$

donde

V_0 = monto del préstamo

n = número de años necesarios para el repago total del préstamo

i = tasa de descuento

A = pago anual necesario

La ecuación (5.7) a menudo se denomina *fórmula de pago en cuotas*.

La aplicación de la ecuación (5.7) puede ilustrarse considerando un préstamo de \$10.000 tomado a una tasa de interés del 12%. El préstamo debe ser repagado en 10 pagos anuales iguales. El pago anual requerido es (en dólares)

$$A = 10.000\left[\frac{0{,}12(1{,}12)^{10}}{1{,}12^{10} - 1}\right] = 1.769{,}84$$

El proceso de repago se muestra en la Tabla 5.3. Puesto que los cálculos mostrados se han redondeado al centavo más próximo, algunos errores de redondeo se presentarán en los resultados. Sin embargo, los cálculos muestran que, dentro de los límites del error de redondeo, la serie de pagos repagan el principal y cubren los cargos por interés apropiados.

Tabla 5.3. Repago de un préstamo de $10.000 con 10 pagos anuales iguales (en dólares)				
Año	Monto de pago	Interés pagado	Principal repagado	Saldo de capital al final del año
0				10.000,00
1	1.769,84	1.200,00	569,84	9.430,16
2	1.769,84	1.131,62	638,22	8.791,94
3	1.769,84	1.055,03	714,81	8.077,13
4	1.769,84	969,26	800,58	7.276,55
5	1.769,84	873,19	896,65	6.379,90
6	1.769,84	765,59	1.004,25	5.375,65
7	1.769,84	645,08	1.124,76	4.250,89
8	1.769,84	510,11	1.259,73	2.991,16
9	1.769,84	358,94	1.410,90	1.580,26
10	1.769,84	189,63	1.580,21	- - -
Totales	17.698,40	7.698,45	9.999,95	

La ecuación (5.6) provee la formulación necesaria para el cálculo del valor presente de cualquier anualidad. Sin embargo, en ciertas situaciones, el monto de intereses es el valor futuro de la anualidad. Este es el monto individual V_n recibido dentro de n años que tendría un valor equivalente a recibir una anualidad de n pagos de A dólares cada una. La formulación apropiada se obtiene fácilmente usando la equivalencia entre valor presente y valor futuro que se mostró en la ecuación (5.1)

$$V_n = V_0(1+i)^n$$

y notando que, para este caso,

$$V_0 = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

Multiplicando por $(1+i)^n$ se obtiene

$$(1+i)^n V_0 = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

de modo que

$$V_n = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad \textbf{(5.8)}$$

Es importante recordar que la ecuación (5.8) se aplica en situaciones en las que el pago de la primera anualidad se hace dentro de 1 año. Hay ***n*** pagos iguales y estos se hacen dentro de 1, 2,..., n años a partir de ahora.

Para ilustrar el uso de la ecuación (5.8) considérese un inversor que deposita $2.000 por año durante 5 años en una institución de ahorro que paga tasas de interés del 8% por año compuesta anualmente.

Inmediatamente luego que el quinto depósito ha sido hecho la cuenta del inversor debería contener (en dólares)

$$V_n = 2.000\left[\frac{(1.08)^5 - 1}{0.08}\right] = 11.733{,}20$$

Por supuesto que este mismo resultado se puede obtener desarrollando un cálculo separado de cada valor futuro para cada depósito y sumar los resultados. Con este enfoque

$$\begin{aligned} V_n &= 2.000(1{,}08)^4 + 2.000(1{,}08)^3 + 2.000(1{,}08)^2 + 2.000(1{,}08) + 2.000 \\ &= 2.720{,}98 + 2.519{,}42 + 2.332{,}80 + 2.160{,}00 + 2.000 = 11.733{,}20 \end{aligned}$$

En algunas situaciones del valor futuro de una anualidad, el problema es determinar el monto que se debe depositar anualmente para dar un monto especificado de valor futuro. Esto requiere la revisión de la ecuación (5.8) para que A quede expresado como una función de $\boldsymbol{V_n}$, $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{i}$. La ecuación apropiada es

$$A = V_n\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \textbf{(5.9)}$$

Esta expresión es conocida como la *fórmula del fondo de ahorro*. Su uso se puede ilustrar considerando una firma que desea construir un nuevo campamento forestal dentro de 6 años. Los costos de construcción se han estimado en $100.000. Los fondos para financiar la construcción serán aportados durante cada uno de los próximos 6 años y serán invertidos a una tasa de interés del 8% Se invertirán montos iguales cada año. El monto que se debe invertir anualmente es (en dólares)

$$A = 100.000\left[\frac{0{,}08}{(1{,}08)^6 - 1}\right] = 13.631{,}54$$

5.1.4 Perpetuidades

Las inversiones forestales usualmente son de largo plazo. De hecho, las corporaciones y las agencias gubernamentales tales como el Forest Service (USDA) tienen horizontes de planificación ilimitados de modo que la mayoría de las industrias forestales y las agencias de administración de tierras públicas anticipan el manejo de sus bosques para siempre. Para evaluar un bien que produce flujos de caja con una previsión indefinidamente larga de tiempo es necesario contar con un procedimiento de cálculo del valor actual de un serie infinita de flujos de caja. La ecuación (5.6) da el valor actual de una serie finita de pagos iguales según

$$V_0 = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

que se puede re-escribir como

$$V_0 = \frac{A(1+i)^n}{i(1+i)^n} - \frac{A}{i(1+i)^n} = \frac{A}{i} - \frac{A}{i(1+i)^n} \qquad \textbf{(5.10)}$$

El límite de esta expresión cuando $\boldsymbol{n}$ tiende a infinito es

$$V_0 = \frac{A}{i} \qquad \textbf{(5.11)}$$

Así, el valor actual de una serie infinita de montos anuales iguales ***A***, recibiendo el primero de los mismos dentro de un año, es simplemente ***A/i***. La relación para la serie finita (ecuación 5.10)

$$V_0 = \frac{A}{i} - \frac{A/i}{(1+i)^n}$$

es esclarecedora. Esta muestra que el valor actual de ***n*** pagos anuales es el valor actual de una serie infinita de pagos menos el valor actual de los pagos correspondientes a los períodos ***n + 1*** hasta infinito. Como un ejemplo del uso de la ecuación (5.11) se considera una inversión que producirá un retorno, a perpetuidad, de \$100 por año. Para un inversor con una tasa de descuento del 10%, el valor actual de su inversión es (en dólares)

$$V_0 = 100/0{,}10 = 1.000$$

A muchas personas les resulta difícil aceptar el concepto de que cierto monto finito de dinero actual se puede valuar como una corriente de pagos que continúa por siempre. Sin embargo, la validez del concepto puede demostrarse fácilmente considerando que si un inversor posee ahora \$1.000 y si existe una institución financiera que paga 10% de interés, el inversor puede depositar los 1000\$ y empezar a recibir un ingreso perpetuo de \$100 por año.

A pesar de que la diferencia entre una anualidad de duración finita y una perpetuidad es conceptualmente muy amplia, la diferencia entre sus valores actuales es insignificante para ciertas comparaciones. El valor actual para algunas anualidades y perpetuidades se muestran en la Tabla 5.4. Para una tasa de interés de 8%, el valor actual de \$100 por año para 50 años es \$1.223,35, mientras que el valor actual de todas las perpetuidades de \$100 por año al 8% es \$1.250. De este modo, el valor actual de todos los pagos perpetuos después del 50° año es solamente \$26,65, el cual es sólo 2,1% del valor actual de la perpetuidad total.

Tabla 5.4. Valores actuales (en dólares) para algunas anualidades y perpetuidades a tasas del 4, 8 y 12%

	Valor actual de \$100 por año para				
Tasa de interés	10 años	25 años	50 años	100 años	A perpetuidad
0,04	811,09	1562,21	2148,22	2450,50	2.500,00
0,08	671,01	1067,48	1223,35	1249,43	1.250,00
0,12	565,02	784,31	830,45	833,32	833,33

5.1.5 Valor Actual de Flujos de Caja Periódicos No Anuales

Las inversiones forestales a veces producen flujos de caja periódicos con períodos cuya duración es mayor a 1 año. El período podría ser la duración de la rotación o el ciclo de cortas en un rodal disetáneo. En esta situación, el valor actual de la serie de flujos de caja es

$$V_0 = \frac{A}{(1+i)^m} + \frac{A}{(1+i)^{2m}} + \cdots + \frac{A}{(1+i)^{mn}}$$

donde

n = número de términos en la serie

m = duración del periodo entre flujos de caja

Esto constituye nuevamente una serie geométrica con $\boldsymbol{a_1 = A\ (1 + i)^{-m}}$ y $\boldsymbol{r = (1 + i)^{-m}}$. La fórmula para la suma de la serie geométrica ya se dio como

$$S = \frac{a_1\left(1 - r^n\right)}{1 - r}$$

de modo que, para esta serie en particular

$$V_0 = A(1 + i)^{-m}\frac{\left[1 - (1 + i)^{-mn}\right]}{\left[1 - (1 + i)^{-m}\right]}$$

que es algebraicamente equivalente a

$$V_0 = \frac{A\left[(1 + i)^{mn} - 1\right]}{(1 + i)^{mn}\left[(1 + i)^m - 1\right]} \qquad \textbf{(5.12)}$$

Debería notarse que la fórmula del valor actual de la anualidad [ecuación (5.6)] es un caso especial de la ecuación (5.12), con la duración del periodo *m* igual a 1.

Considérese una propiedad que promete retornar 10 ingresos de $50 cada uno. Los ingresos se recibirán cada 5 años, ocurriendo el primero de ellos dentro de 5 años. Si la tasa de descuento es 10%, el valor actual del bien es (en dólares)

$$V_0 = \frac{50\left[(1{,}1)^{50} - 1\right]}{(1{,}1)^{50}\left[(1{,}1)^5 - 1\right]} = 81{,}20$$

Con flujos de caja periódicos no anuales, los flujos de caja tempranos a menudo contribuyen a la mayor parte del valor actual total. En este ejemplo, los primeros dos pagos totalizan el 62% del valor actual total.

El valor actual de una serie infinita de pagos periódicos puede obtenerse notando que la ecuación (5.12) se puede re-escribir como

$$V_0 = \frac{A}{\left[(1 + i)^m - 1\right]} - \frac{A}{(1 + i)^{mn}\left[(1 + i)^m - 1\right]}$$

y tomando el límite para ***n*** tendiendo a infinito. El resultado es

$$V_0 = \frac{A}{\left[(1 + i)^m - 1\right]} \qquad \textbf{(5.13)}$$

Si *m* es igual a 1, el resultado se reduce a la ecuación (5.11), que es la fórmula para el valor actual de una perpetuidad recibida anualmente.

5.1.6 Valor Actual de Flujos de Caja Considerando Tasas que Crecen de Manera Constante

Una considerable atención se le ha dedicado al análisis de flujos de caja considerando términos de igual valor. En muchas situaciones de inversión, es razonable creer que los flujos de caja generados por la inversión se incrementarán a través del tiempo a alguna tasa que crece de manera constante[4]. Considérese un bien que genera un flujo de caja anual corriente de C_0 dólares. Se espera que este flujo de caja anual crezca a una tasa constante g por año durante los próximos n años. El flujo de caja esperado en el período t es por lo tanto $C_0 (1 + g)^t$. El valor actual del bien se puede estimar mediante

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_0 (1+g)^t}{(1+i)^t}$$

Esta es una serie geométrica con $a_1 = C_0 (1 + g)/(1 + i)$ y $r = (1 + g)/(1 + i)$. Dado que la suma de cualquier serie geométrica viene dada por

$$S = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

el resultado en este caso particular es

$$V_0 = C_0 \left[(1+g)/(1+i)\right] \frac{1 - \left[(1+g)/(1+i)\right]^n}{1 - \left[(1+g)/(1+i)\right]}$$

que se reduce a

$$V_0 = C_0 \left(\frac{1+g}{i-g} \right) \frac{\left[(1+i)^n - (1+g)^n\right]}{(1+i)^n} \qquad \textbf{(5.14)}$$

Para ilustrar el uso de la ecuación (5.14) considérese un propietario de tierras forestales que acordó arrendar su tierra por 60 años a una firma de productos forestales. El precio base para el arrendamiento es \$25 por acre por año con un incremento anual de 3% por año. Al final del primer año del arrendamiento, el propietario recibirá ***\$25 (1,03)*** por acre. Al final del 2º año, recibirá ***\$25*** $(1{,}03)^2$ y así sucesivamente. Si la tasa de interés del propietario es 8% el valor actual de todos los pagos del arrendamiento es (en dólares por acre)

$$V_0 = 25 \left(\frac{1{,}03}{0{,}05} \right) \frac{\left(1{,}08^{60} - 1{,}03^{60}\right)}{1{,}08^{60}} = 485{,}03$$

Algunas veces es necesario calcular el valor actual de un flujo de caja perpetuo considerando una tasa de crecimiento constante. La fórmula apropiada se obtiene notando que la ecuación (5.14) se puede escribir

$$V_0 = C_0 \left(\frac{1+g}{i-g} \right) \left[1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n \right]$$

---

[4] Aquí se asumirá que el crecimiento es un incremento del valor en dólares constantes y que no es simplemente el resultado de los cambios inflacionarios en el valor de la moneda. Técnicas de análisis apropiado para tratar con los efectos de la inflación se discuten en la Sección 5.4.

y tomando el límite de esta expresión para ***n*** tendiendo a infinito. Si $g \geq i$, el límite no existe, pero si $g < i$, el límite es

$$V_0 = C_0\left(\frac{1+g}{i-g}\right) \qquad \textbf{(5.15)}$$

Si en el ejemplo precedente la tierra fuese arrendada a perpetuidad, el valor actual de todos los pagos por arrendamiento sería (en dólares por acre)

$$V_0 = 25\left(\frac{1{,}03}{0{,}05}\right) = 515$$

La ecuación (5.15) es ampliamente usada en corporaciones financieras para valuaciones de las acciones ordinarias. Si estas acciones ordinarias de la firma X pagan un dividendo anual corriente de $2,00 y si éste dividendo se espera que se incrementará a una tasa constante del 5%, el monto máximo que un inversor puede pagar por la acción y aún ganar 8% con la inversión es (en dólares)

$$V_0 = \frac{2(1{,}05)}{(0{,}08-0{,}05)} = 70{,}00$$

5.1.7 Capitalización Más de una Vez por Año

El crecimiento financiero es una función de la tasa de crecimiento y del número de períodos de incremento considerado. Usualmente se asume que el crecimiento ocurre al final de cada año y que la tasa de crecimiento o tasa de interés está usualmente expresada como tasas anuales. Sin embargo el crecimiento y la capitalización pueden ocurrir, y frecuentemente lo hacen, más de una vez por año. Supóngase que el Banco A paga 6% que se capitaliza anualmente y el Banco B paga 6% que se capitaliza semestralmente. Un inversor racional preferiría depositar sus fondos en el Banco B dado que un principio fundamental y muy poco cuestionable de las finanzas aconseja que muchos mas dólares son preferibles a pocos dólares. El inversor que invierte en el Banco B podría retirar $106,09. Una inversión en el Banco B podría ganar un interés semestral de $3 al final de los 6 meses. Para el segundo período de crecimiento (mes 7 al 12) el interés se ganaría sobre $103 más que sobre $100. El valor de la cuenta al final del año sería $103,03 (1,03) = $106,09. Así el Banco B ha pagado intereses a una "tasa efectiva anual" de 6.09%. La fórmula general para el cálculo de la tasa efectiva anual (***tea***) es

$$tea = \left(1+\frac{i}{m}\right)^m - 1 \qquad \textbf{(5.16)}$$

donde

i = tasa nominal

i/m = tasa periódica

m = número de períodos de capitalización por año

La ecuación (5.16) muestra que la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal de 6% con capitalización semestral es

$$tea = \left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^2 - 1 = 0{,}0609 \text{ o } 6{,}09\%$$

La tasa efectiva anual para varios períodos de capitalización y para una tasa nominal del 6% se muestran en la Tabla 5.5. La última línea de la tabla 5.5 presenta lo que se conoce como *interés continuo*. Este interés continuo ocurre cuando *m* tiende a infinito y la tasa periódica ***i/m*** se aproxima a cero. En consecuencia, para la capitalización continua, la tasa efectiva anual viene dada por

$$tea = \lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{i}{m} \right)^m - 1 = e^i - 1$$

Cuando el interés se capitaliza más frecuentemente que una vez al año, las fórmulas apropiadas para el cálculo del valor actual y del futuro son

$$V_0 = V_n \Big/ \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{mn} \qquad \textbf{(5.17)}$$

y

$$V_n = V_0 \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{mn} \qquad \textbf{(5.18)}$$

donde ***n*** es el número de años considerado. Con la capitalización continua, las relaciones equivalentes son

$$V_0 = V_n e^{-in} \qquad \textbf{(5.19)}$$

y

$$V_n = V_0 e^{in} \qquad \textbf{(5.20)}$$

Tabla 5.5. Tasa efectiva anual (***tea***) para varios períodos de capitalización con una tasa nominal del 6%

Tasa nominal	Tasa periódica	Número de períodos de capitalización	Tasa efectiva anual
6	3,000	2	6,090
6	1,500	4	6,140
6	0,500	12	6,170
6	0,115	52	6,180
6	0,016	365	6,183
6		∞	6,184

5.2 CRITERIOS PARA INVERSIONES FINANCIERAS

Las inversiones de capital usualmente implican una erogación de fondos hoy a cambio de una expectativa de mayores ingresos en el futuro. Quienes toman decisiones financieras frecuentemente se enfrentan con el problema de seleccionar la mejor inversión de entre una serie de propuestas alternativas ¿Cómo puede hacerse esta elección? ¿Cuál es el significado de la “mejor” inversión? Para determinar una inversión “mejor”, debe especificarse algún criterio para jerarquizar las alternativas propuestas. Varios de estos criterios se emplean actualmente. Cualquier criterio financiero satisfactorio debería estar firmemente apoyado en dos principios fundamentales. Estos principios son: (1) “cuanto mayor, mejor” y (2) “pájaro en mano”. A igualdad de otras condiciones, los flujos de caja más altos se prefieren sobre los más pequeños. También se prefieren los flujos tempranos a los tardíos. Cualquier criterio financiero que se elija debería ponderar estos dos factores: la magnitud y oportunidad de los flujos de caja. Los criterios que reflejen plenamente la magnitud y oportunidad de los flujos de caja se conocen como *criterios de flujos de caja descontados*. Las próximas tres sub-secciones discuten los criterios de flujos de caja descontados más comúnmente empleados.

5.2.1 Valor Actual Neto[5]

El criterio del valor actual neto es una aplicación lógica de las fórmulas del valor actual presentadas previamente. El valor actual neto (***VAN***) asociado con cualquier secuencia de flujos de caja siempre se puede calcular por medio de[6]

$$VAN = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t} \qquad \textbf{(5.21)}$$

donde

C_t = flujo de caja neto en el período t

n = número de años considerado

i = tasa de descuento

El ***VAN*** de los flujos de caja esperados se puede calcular para cualquier inversión propuesta. Si el ***VAN*** es positivo, la inversión generaría utilidades luego del repago del capital y el pago del costo de los intereses ocurridos. Si el ***VAN*** es negativo, los retornos de la inversión no serán suficientes para cubrir el capital invertido y pagar los cargos por intereses (o costos de oportunidad) que se produjeron a la tasa de interés i expresada. Si un conjunto de inversiones está disponible, los ***VAN*** se emplean para jerarquizar las alternativas asignando las prioridades más altas a las inversiones con mayores valores de ***VAN***[7].

Uno de los problemas de mayor dificultad asociado con el empleo del criterio del ***VAN*** es la selección de un valor apropiado para la tasa de descuento. El valor del ***VAN*** obtenido por solución de la ecuación (5.21) es bastante sensible a cambios en la tasa de descuento, especialmente para secuencias de flujos de caja que se extienden distantes en el futuro. En consecuencia, cambios relativamente pequeños en la tasa de descuento pueden alterar significativamente la jerarquía de proyectos y las conclusiones de rentabilidad. A pesar de no existir consenso general en torno al procedimiento exacto para la selección de un valor para la tasa de descuento, parece haber un acuerdo general sobre tres consideraciones que se deberían tomar en cuenta:

1. La posición financiera global de la firma.
2. Los riesgos característicos del proyecto en evaluación.
3. El impacto del proyecto en la posición financiera de la firma.

El impacto de la posición financiera global se cuantifica primariamente por el costo de capital promedio ponderado para la firma. Para firmas no corporativas, sería simplemente la tasa de interés a la cual podría endeudarse por fondos adicionales. Para una corporación, el valor debería ser el costo promedio

---

[5] Otras designaciones equivalentes son *valor presente neto* y *retorno neta descontado*.

[6] Se dispone de fórmulas más simples para calcular el *VAN* de muchos casos especiales de flujos de caja. Varias de ellas ya fueron presentadas previamente.

[7] Algunas situaciones especiales que requieren modificaciones para el procedimiento simple de las jerarquías se discuten en la sección 5.3.

ponderado para la firma de los fondos de endeudamiento (tomar dinero prestado) y los fondos accionarios (obtención de dinero a través de la venta de acciones adicionales). En casi todas las situaciones los fondos de endeudamiento son considerablemente menos costosos que los fondos accionarios. Procedimientos apropiados para el cálculo del costo de capital promedio ponderado se describen en la mayoría de los textos sobre corporaciones financieras (*e.g.* Van Horne, 1977; Brealey y Myers, 1981; Weston y Bringham, 1981). Muchas firmas determinan el costo promedio ponderado del capital y luego aplican el valor obtenido en todos los análisis financieros donde sea necesaria la tasa de descuento. Esto equivale a ignorar dos de las tres consideraciones que se mencionaron arriba: riesgo e impacto en la posición financiera. Sin embargo, tal aproximación se justifica si todos los proyectos en evaluación tienen riesgos semejantes e impacto financiero característico.

El riesgo se incorpora usualmente en el análisis del ***VAN*** incrementando la tasa de descuento en proporción al riesgo del proyecto. Esta aproximación tiene atractivos intuitivos dado que asigna mayores valores actuales a los flujos de caja más seguro en comparación con flujos de caja riesgosos del mismo monto y con el mismo tiempo de duración. Una discusión adicional de las tasas ajustada por riesgo y una introducción a otras técnicas de cuantificación del impacto del riesgo se presentará en la Sección 6.3.

La tercera consideración mencionada más arriba se refiere a los cambios en la posición financiera que surgirán de la implementación del proyecto en evaluación. Históricamente, este aspecto del análisis de inversiones ha recibido poca atención pero su importancia ha tenido un reconocimiento creciente en los últimos años. Aquí la primer consideración es el impacto del proyecto en la capacidad de la firma para obtener financiamiento endeudándose. Por ejemplo, considérese los proyectos A y B suponiendo que presentan igualdad de riesgo y producen secuencias idénticas en los flujos de caja. Supóngase que el proyecto A implica la adquisición o creación de un bien que se puede usar como garantía para obtener préstamos, mientras que el Proyecto B no involucra ninguno de tales bienes. Esto significa que el Proyecto A tiene más valor para la firma que el Proyecto B y tal hecho se debería reconocer disminuyendo la tasa de descuento empleada para evaluar un proyecto en proporción a la contribución del proyecto a la capacidad de endeudamiento de la firma. Esta consideración es particularmente importante en los análisis de inversión realizados por compañías integradas de productos forestales dado que las inversiones en tierras y bosques incrementan la capacidad de endeudamiento de la firma mientras otras inversiones contribuyen muy poco a mejorar dicha capacidad. En Miller y Modigliani (1966) y Brealey y Myers (1981) se discuten procedimientos específicos para la evaluación de estos impactos financieros.

5.2.2 Tasa Interna de Retorno

La tasa interna de retorno se define como la tasa de descuento que hace el valor actual neto (***VAN***) de un proyecto igual a 0. En términos matemáticos, la tasa interna de retorno es el valor de ***i***, digamos ***i****, de modo que

$$\sum_{t=0}^{n} C_t \Big/ (1+i^*)^t = 0 \qquad \textbf{(5.22)}$$

Considérese una inversión que implique la compra de un área de tierras boscosas por \$1.000. Dentro de un año, las ventas de madera generarán ingresos por \$200. En dos años, la tierra y la madera se venderán a \$950 ¿Qué tasa de retorno devengará tal inversión? Para esta inversión, la ecuación (5.22) toma la forma

$$-1.000 + \frac{200}{1+i^*} + \frac{950}{(1+i^*)^2} = 0$$

La determinación de la tasa de retorno se consigue encontrando los valores de ***i**** que satisfacen esta ecuación. Esto se logra más fácilmente empleando la sustitución ***X = 1/(1 + i*)***, de modo que la ecuación queda

$$950X^2 + 200X - 1000 = 0$$

Esta ecuación se resuelve fácilmente con la fórmula cuadrática y las raíces encontradas son ***X = 0,9261*** y ***X = 1,1366***. Los valores correspondientes de ***i**** son 0,0798 (7.98%) y -1.8798 (-187.98%). Dado que es obvio que la tasa de retorno de esta inversión debe ser positiva, el valor negativo puede desecharse como una solución espúrea[8] y se puede concluir que la tasa de retorno correcta para esta inversión es 7.98%

El ejemplo recién considerado constituye un cálculo muy simple de la tasa de retorno. En contraste, considérese una inversión donde se gastan $10.000 en el momento 0, se gastan $5.000 al final del año 1 y se reciben ingresos anuales de $2.500 desde el año 2 hasta el año 10. El cálculo de la tasa de retorno para este patrón de flujos de caja necesita la determinación de las raíces de la siguiente ecuación

$$-10.000 + \frac{-5.000}{1+i*} + \frac{2.500}{(1+i*)^2} + \frac{2.500}{(1+i*)^3} + \frac{2.500}{(1+i*)^4} + \ldots + \frac{2.500}{(1+i*)^{10}} = 0$$

Continuando con la sustitución ***X = 1/(1 + i*)***, la ecuación a resolver es un polinomio de 10º grado. En este punto es pertinente recordar los siguientes principios matemáticos

1. En general, no existen procedimientos de solución en formas cerradas para polinomios de grado mayor a 4. Esto significa que las soluciones a la ecuación de arriba sólo se pueden obtener por métodos de prueba y error.

2. Una ecuación polinómica de ***n***-ésimo grado tiene *n* raíces. Dependiendo de las propiedades de la ecuación en particular, algunas, todas o ninguna de estas raíces son reales siendo las restantes complejas.

Para un analista interesado en una (y solamente en una) tasa de retorno, estas consideraciones son difíciles de consolar.

Una solución parcial a estas dificultades es posible. Cualquier patrón de flujos de caja se puede clasificar únicamente dentro de una de dos clases.

1. Patrón convencional de los flujos de caja -hay uno, y solamente un, cambio de signo en la secuencia de flujos de caja-.

2. Patrón no convencional de los flujos de caja -hay más de un cambio de signo en la secuencia de flujos de caja-.

Un ejemplo de cada tipo se muestra en la Tabla 5.6. Con cualquier patrón convencional de flujos de caja habrá una y solamente una solución real y positiva para ***X*** [donde $X = (1 + i^*)^{-1}$]. Por lo tanto, habrá una única solución para ***i**** y la misma será mayor que -1.0.

8 Aún en casos donde sea posible que la tasa de retorno sea negativa, las soluciones donde ***i**** es menor que -1.0 usualmente se ignoran dado que esto implicaría que las pérdidas del proyecto considerado excederían el total de la inversión.

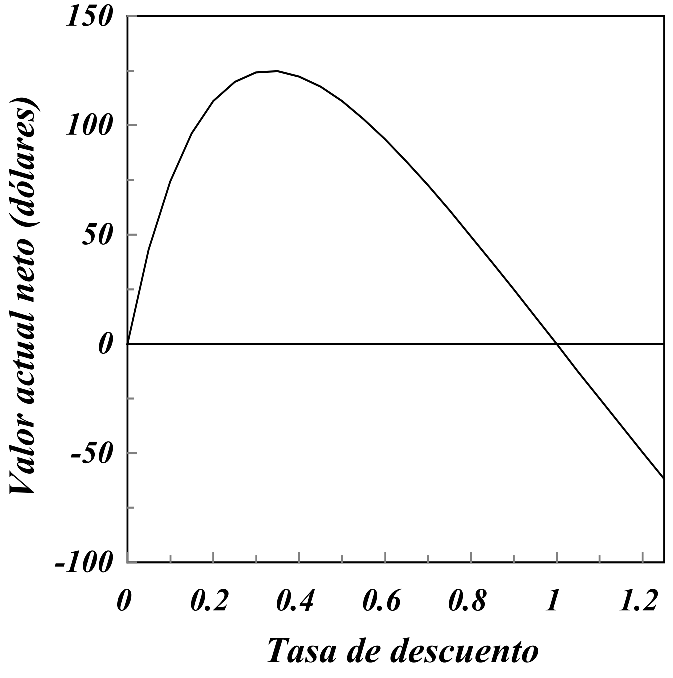
Tabla 5.6. Ejemplos de patrones de flujos de fondos convencionales y no convencionales (en dólares).			
Patrón convencional de flujo de fondos		Patrón no convencional de flujo de fondos	
Año	Monto	Año	Monto
0	-3.000	0	-1.000
1	-1.000	1	3.000
2	2.000	2	-2.000
3	2.000		
4	2.000		
5	2.000		

Con patrones no convencionales de flujos de caja, la situación se torna confusa. Cualquier patrón de este tipo puede tener una, varias o ninguna tasa de retorno. Como caso puntual considérese la secuencia del flujo de caja no convencional mostrado en la Tabla 5.6. Para esta secuencia, 0% es claramente una tasa de retorno puesto que la suma de los ingresos sin descontar iguala o la suma de los egresos sin descontar. Sin embargo, 100% también es una tasa de retorno dado

$$-1.000+\frac{3000}{(1+1)}-\frac{2.000}{(1+1)^2}=0$$

En la figura 5.2 se muestra un gráfico que expresa el valor actual de esta secuencia de flujos de caja como una función de la tasa de descuento. El gráfico confirma la existencia de las tasas de retorno de 0% y 100% y también muestra que el valor actual neto es máximo cuando la tasa de descuento es aproximadamente 0.3 (se pueden emplear métodos de cálculo diferencial para mostrar que el ***VAN*** es máximo cuando ***i = 1/3***).

Figura 5. 2. Valor actual neto para un flujo de fondos de ejemplo como una función de la tasa de descuento.



En general, se deben usar procedimientos iterativos para encontrar las tasas de retorno. El cálculo de la tasa interna de retorno es tedioso si se hace manualmente. Sin embargo están ampliamente disponibles programas de computadora para resolver cálculos de la tasa interna de retorno. Varios modelos de calculadoras manuales calcularán automáticamente la tasa interna de retorno para un número limitado de flujos de caja desiguales. Cuando los flujos de caja son iguales, la fórmula del valor actual de una anualidad se puede emplear para calcular la tasa de retorno.

Los problemas de la tasa de retorno implicando perpetuidades a menudo pueden resolverse sin el recurso del método de prueba y error. Si una inversión inicial de $1.000 retorna un ingreso anual perpetuo de $75. El ***VAN*** está claramente dado por

$$VAN = -1.000 + \frac{75}{1+i} + \frac{75}{(1+i)^2} + \frac{75}{(1+i)^3} + \ldots = -1.000 + \frac{75}{i}$$

Dado que la tasa de retorno es aquel valor de ***i*** (***i****) que anula al ***VAN***,

$$i^* = \frac{75}{1.000} = 0.075 \text{ o } 7.5\%$$

En forma semejante, supóngase una inversión inicial de $500 que produce un retorno periódico perpetuo de $1.000 cada 25 años. En este caso,

$$VAN = -500 + \frac{1.000}{(1+i)^{25}} + \frac{1.000}{(1+i)^{50}} + \ldots = -500 + \frac{1.000}{(1+i)^{25} - 1}$$

haciendo el ***VAN = 0*** y simplificando se obtiene

$$(1+i^*)^{25} = \frac{1.000}{500} + 1$$

que se resuelve fácilmente para obtener la solución ***i**** = 0.00449 o 4,49%

El uso de la tasa interna de retorno como un criterio de inversión implica los siguientes pasos

1. Cálculo de la tasa interna de retorno.

2. Comparación de la tasa interna de retorno con la tasa de retorno demandada por el inversor.

3. Si la tasa interna de retorno excede la tasa de retorno demandada, el proyecto debería aceptarse.

La tasa de retorno demandada se determina usualmente por los costos marginales de los fondos (luego de impuestos). La tasa interna de retorno es el rendimiento esperado de estos fondos si los mismos se invierten en el proyecto en consideración. La regla de decisión se basa en el simple razonamiento de que los fondos no deberían invertirse a menos que los rendimientos esperados excedieran el costo de conseguir esos fondos. Si el criterio se emplea para jerarquizar alternativas de inversión, comúnmente las mayores prioridades deberían asignarse a las inversiones con los mayores valores de tasa interna de retorno.

5.2.3 La Razón Beneficio-Costo

Muchas agencias gubernamentales están obligadas por ley a usar la razón beneficio-costo cuando evalúan proyectos de inversión. En corporaciones financieras, la razón beneficio-costo, o ***RBC***, a menudo se la denomina índice de rentabilidad.

Existe una considerable controversia acerca de la definición apropiada de la ***RBC***. Algunos sostienen que la fórmula apropiada de la ***RBC*** es

$$RBC = \frac{\sum_{t=0}^{n} \frac{B_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t}} \qquad \textbf{(5.23)}$$

donde

$\boldsymbol{B_t}$ = beneficios en el período $\boldsymbol{t}$

$\boldsymbol{C_t}$ = costos en el período $\boldsymbol{t}$

$\boldsymbol{i}$ = tasa de descuento

$\boldsymbol{n}$ = número de períodos considerado

En esta fórmula, los beneficios y los costos se descuentan por separado.

En la formulación preferida

$$RBC = \left[\sum_{t=1}^{n} F_t \big/ (1+i)^t \right] \Big/ C_0 \qquad \textbf{(5.24)}$$

donde

$\boldsymbol{F_t}$ = flujo de caja neto en el período t

$\boldsymbol{C_0}$ = pago inicial

$\boldsymbol{i}$ = tasa de descuento

$\boldsymbol{n}$ = número de períodos considerados

En esta fórmula el denominador es el pago inicial. Si se decide invertir en el proyecto, los gastos en períodos de tiempo subsecuentes usualmente son deducciones de los ingresos más que inversiones. La ecuación (5.24) reconoce apropiadamente esta distinción.

Una ventaja de la ***RBC*** que se invoca surge del hecho de que es una magnitud adimensional (los números índice y los coeficientes de correlación son otros ejemplos de valores adimensionales). El valor actual neto se expresa en dólares y la tasa interna de retorno es un porcentaje mientras la ***RBC*** no está sujeta a unidades. Algunos argumentan que esta propiedad incrementa la utilidad de la ***RBC*** para proyectos que se diferencian en tamaño (magnitud). Sin embargo, es improbable que la maximización de la ***RBC*** para una corporación maximizaría la riqueza de los tenedores de sus acciones.

Los pasos involucrados en el empleo de la ***RBC*** como un criterio de inversión son como siguen.

1. Cálculo de la ***RBC*** usando una tasa de descuento apropiada.

2. Si la ***RBC*** es superior a 1, financiar el proyecto.

Una razón beneficio-costo de 1 implica que el valor actual de los beneficios iguala al valor actual de los costos, en consecuencia el valor actual neto es cero. Proyectos con ***RBC*** mayores que 1 tienen valor actual neto positivo y tasa interna de retorno que exceden la tasa de descuento.

5.2.4 Período de Repago

A pesar de las consideraciones lógicas que apoyan a los criterios de flujo de caja descontados, numerosas firmas usan el periodo de repago como un criterio de inversión. El período de repago se define como el número de años necesarios para recuperar la inversión inicial. Por ejemplo, considérese la secuencia de flujos de caja mostrada en la Tabla 5.7. La observación de los valores acumulativos de los flujos de caja muestra que el período de repago es de 3.5 años. La inversión inicial se recupera en este período de tiempo. Si un proyecto genera flujos de caja anuales iguales, entonces

$$\textit{Período de repago} = \textit{Pago inicial} / \textit{Ingresos anuales}$$

Es importante destacar que el período de repago no da satisfacción a ninguno de los requerimientos previamente expresados para un criterio de inversión aceptable. Por ejemplo, considérese la secuencia de flujos de caja para los Proyectos A y B en la Tabla 5.8. A pesar de que el período de repago para ambos proyectos es de 2 años, cualquier inversor preferiría claramente el Proyecto B. El cálculo del período de repago ignora todos los flujos de caja posteriores a la obtención del período de repago y, en consecuencia, no pondera apropiadamente la magnitud de los flujos de caja. La comparación de los flujos de caja de los Proyectos C y D también es interesante. El principio de “pájaro en mano” dictamina que el Proyecto C es preferible al Proyecto D. No obstante, el período de repago indica que los 2 proyectos son igualmente deseables.

Tabla 5.7. Determinación del período de repago para un ejemplo de una secuencia de flujo de fondos (en dólares).

Año	Flujo de caja	Flujo de caja acumulado
0	- 9.000	- 9.000
1	2.000	- 7.000
2	3.000	- 4.000
3	3.000	- 1.000
4	2.000	1.000
5	2.000	3.000

El uso generalizado del período de repago como un criterio de inversión indica que aquellos que toman decisiones ganan cierta comprensión del riesgo y la liquidez del proyecto a partir de este parámetro. Firmas pobres de fondos pueden necesitar saber cuan rápidamente los fondos se pueden reciclar. Aunque se alegue que un corto período de repago indica bajo riesgo, esto no es necesariamente cierto puesto que la causa real de riesgos es la variabilidad en los flujos de caja esperados. En consecuencia el período de repago considera el riesgo solamente en el sentido que los flujos de caja tempranos se pueden pronosticar más precisamente que los flujos de caja tardíos. En vista de las limitaciones previamente discutidas, el período de repago es más apropiadamente usado como una restricción en la selección de un proyecto que como un criterio de inversión.

Tabla 5.8. Flujo de fondos para cuatro proyectos de inversión hipotéticos (en dólares).				
	Flujo de fondos			
Año	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
0	- 100	- 100	- 100	- 100
1	50	50	60	40
2	50	50	40	60
3	10	25	50	50
4	5	20	50	50
5	5	10		

5.3. ELECCIÓN DEL CRITERIO DE INVERSIÓN

Cualquier criterio de inversión basado en procedimientos de flujo de caja descontados dará indicadores apropiados de aceptación-rechazo. Considérese cualquier conjunto de proyectos de inversión. Si los mismos se subdividen en grupos de aceptación o rechazo con cada uno de los tres criterios de flujo de caja descontados, los agrupamientos con los tres métodos serán los mismos. Proyectos con ***RBC*** mayor que 1 tendrán valor actual neto positivo y tasa interna de retorno mayores que la tasa de descuento Sin embargo, aún cuando los indicadores de aceptación o rechazo son los mismos para los tres criterios, el *ránking* de los proyectos es afectado por la elección del criterio. En análisis de proyectos mutuamente excluyentes, los mismos no solo deben categorizarse como aceptados o rechazados sino que los mejores proyectos también deben ser identificados.

El *ránking* de los proyectos se puede dificultar particularmente cuando los mismos difieren notablemente en tamaño. Dado que la tasa interna de retorno se expresa como un porcentaje de los costos, la tasa interna de retorno para proyectos con inversiones muy distintas no son, en un sentido, realmente comparables. Cuando los proyectos varían grandemente en tamaño, el análisis de la tasa interna de retorno debe hacerse sobre una base incremental. Un ejemplo de tal análisis se muestra en la Tabla 5.9 para dos proyectos mutuamente excluyentes. Estos proyectos podrían, por ejemplo, representar dos niveles de automatización en un sistema de cortas en el cual el sistema más caro resulta en mayores ahorros anuales de costos. La simple comparación de las tasas internas de retorno de A y B podría conducir a la selección del Proyecto A. Sin embargo, la adopción del Proyecto A puede no ser óptima para la firma. El análisis incremental muestra que la inversión incremental es de $700.000. Esta inversión incremental produce ahorros anuales de caja de $125.000 por 10 años. La tasa interna de retorno de la inversión incremental es 12,22% Si el costo del capital fuese inferior al 12,22%, la estrategia óptima sería la adopción del sistema de cortas más caro puesto que el retorno de la inversión incremental excede el costo del capital.

Tabla 5.9. Análisis incremental de la tasa interna de retorno para dos proyectos mutuamente excluyentes (en dólares).			
	Flujo de fondos		
Año	Proyecto A	Proyecto B	Incremental (B - A)
0	-300.000	-1.000.000	-700.000
1	75.000	200.000	125.000
2	75.000	200.000	125.000
3	75.000	200.000	125.000
4	75.000	200.000	125.000
5	75.000	200.000	125.000
6	75.000	200.000	125.000
7	75.000	200.000	125.000
8	75.000	200.000	125.000
9	75.000	200.000	125.000
10	75.000	200.000	125.000
Tasa interna de retorno (%)	21,41	15,10	12,22
VAN al 10%	160.842	228.913	68.071
RBC al 10%	1,54	1,23	1,10

La tabla 5.9 también muestra que se debe emplear un abordaje incremental para alcanzar la decisión apropiada empleando la ***RBC*** como criterio de decisión. La ***RBC*** del Proyecto A excede la del Proyecto B pero, dado que la ***RBC*** de la inversión incremental es mayor que 1, el Proyecto B es la inversión preferida. Si se emplea el valor actual neto como criterio de decisión, es innecesario un análisis incremental y se puede obtener la decisión apropiada por simple comparación de los valores actuales netos para los dos proyectos. (El valor actual neto para la inversión incremental es simplemente la diferencia entre los valores actuales de los Proyectos A y B y no brinda, en consecuencia, información adicional). A pesar que se pueden tomar decisiones correctas con cualquiera de los criterios, el valor actual neto es el más fácil de calcular y a menudo concluye en decisiones correctas si el objetivo de la organización es la maximización de la riqueza.

A través del tiempo han existido considerables desacuerdos en la consideración de los méritos relativos de la tasa interna de retorno en oposición al valor actual neto como un criterio apropiado para *rankear* oportunidades de inversión. Cual de los dos es preferible depende del entorno de reinversión considerado. Si los retornos intermedios de una inversión adoptada se re-invertirán a la tasa interna de retorno, entonces el uso del criterio de la tasa interna de retorno producirá decisiones óptimas. Por otra parte, si los retornos intermedios se re-invertirán a la tasa de descuento, entonces el uso del valor actual neto producirá la mejor decisión ("mejor" en este contexto significa maximizar la caja líquida a la finalización del período de inversión).

Como ilustración de estos conceptos, considérese los dos proyectos cuyos patrones de flujo de fondos se muestran en la Tabla 5.10. Si se usa la tasa interna de retorno como criterio de inversión, el Proyecto P sería preferible al Proyecto Q. Sin embargo, si el valor actual neto es usado como criterio de inversión con una tasa de descuento del 7%, el Proyecto Q se seleccionaría como el más deseable. La consideración clave en la comparación de los dos Proyectos implica la tasa de re-inversión para los flujos de caja intermedios en el Proyecto P. La tabla 5.11 muestra los cálculos del valor terminal para los dos proyectos cuando los flujos de caja intermedios se re-invierten a tasas de 23,38% (la tasa interna de retorno del Proyecto P) y de 7%. Con la tasa de reinversión de 23,38%, el valor terminal del Proyecto P es mayor que el del Proyecto Q y el Proyecto P sería claramente preferible en este caso. Sin embargo, si los valores finales se calculan con una tasa de re-inversión del 7%, los valores finales para los Proyectos P y Q son $1.912 y $2.515 respectivamente, de modo que Q es preferible.

Tabla 5.10. Análisis del flujo de fondos para dos proyectos mutuamente excluyentes (en dólares).

	Flujo de fondos		
Año	Proyecto P	Proyecto Q	Incremental (P - Q)
0	-5.000	-5.000	0
1	2.500	0	2.500
2	2.500	0	2.500
3	2.500	8.640	-6.140
Tasa interna de retorno (%)	23,38	20,00	14,50
VAN al 7%	1.560,79	2.052,81	

Tabla 5.11. Cálculo de los valores terminales con tasas de re-inversión del 23,38% y del 7,00% (en dólares)

		Valor terminal	
Año	Flujo de fondos	Al 23,38%	Al 7,00%
Proyecto Q			
0	-5.000	-9.391	-6.125
1	2.500	3.806	2.862
2	2.500	3.085	2.675
3	2.500	2.500	2.500
Total		0	1.912
Proyecto Q			
0	-5.000	-9.391	-6.125
1	0	0	0
2	0	0	0
3	8.640	8.640	8.640
Total		-751	2.515

La tabla 5.12 muestra valores terminales para los Proyectos P y Q con una variedad de tasas de re-inversión. El examen de estos valores muestra que el Proyecto Q tiene el valor terminal más grande para tasas de re-inversión inferior a 14,5% Si la tasa de re-inversión es mayor a 14,5%, el Proyecto P tiene el valore terminal mayor. Al 14,5%, ambos proyectos tiene iguales valores terminales. Es interesante destacar que esta "tasa de retorno de indiferencia" es la tasa interna de retorno para el flujo de fondos incremental entre los dos proyectos (*cf.* Tabla 5.10).

Tabla 5.12. Valores terminales para los Proyectos P y Q con diferentes tasas de re-inversión (en dólares).

	Valor terminal	
Tasa de re-inversión	Proyecto P	Proyecto Q
0	2.500	3.640
5	2.093	2.852
10	1.620	1.985
14,5	1.134	1.134
15	1.077	1.036
20	460	0
25	-234	-1.126

Un método conveniente de análisis es la elaboración de perfiles de valor actual para las propuestas alternativas. Estos perfiles se elaboran graficando el valor actual neto de cada proyecto como una función de la tasa de descuento. El valor presente neto para estos dos proyectos se muestra en la Tabla 5.13 y el gráfico correspondiente se muestra en la Figura 5.3. Este gráfico muestra claramente que la preferencia relativa de los 2 proyectos depende de la tasa de re-inversión.

Tabla 5.13. Valor presente neto para los Proyectos P y Q con diferentes tasas de descuento.

	Valor presente neto	
Tasa de descuento	Proyecto P	Proyecto Q
0	2.500	3.640
5	1.808	2.464
10	1.217	1.491
14,5	756	756
15	708	681
20	266	0
25	-120	-576

El concepto de Valor terminal puede usarse para calcular un valor actual neto ajustado, o una tasa interna de retorno ajustada, cuando se asumen diferentes tasas de re-inversión a lo largo del horizonte de planificación. Considérese el Proyecto P en la tabla 5.10 con flujos anuales de caja de \$2.500 desde el año 1 al 3. Supóngase que se espera poder re-invertir el flujo de caja del año 1 al 10% y el del año 2 al 15% El valor terminal (***VT***) para este proyecto es

$$VT = 2.500(1{,}10)(1{,}15) + 2.500(1{,}15) + 2.500 = 8.537{,}50$$

La tasa de retorno ajustada puede encontrarse como el valor de ***i**** tal que

$$0 = \frac{8.357{,}50}{(1 + i\,*)^3} - 5.000$$

En este caso ***i**** = 19,52% Un valor actual neto ajustado puede calcularse de manera semejante. El valor actual neto ajustado se define por

$$VAN\ ajustado = \frac{TV\ ajustado}{(1+i)^n} - Costo$$

donde ***i*** es la tasa de descuento. En este ejemplo, con una tasa de descuento del 12%, el valor actual neto ajustado es $\$8.537,50/(1,12)^3$ - \$5.000 = \$1.076,82

En resumen, generalmente se acuerda que el uso del criterio del valor actual neto resultará en carteras óptimas de proyectos dado el objetivo de maximizar la riqueza y la presencia de mercados perfectos de capital. Si hay imperfecciones de mercado tales como el racionamiento de capitales, entonces la maximización con restricciones del valor actual neto es apropiada. Los modelos de Programación Matemática son útiles en la selección de una cartera de inversiones sujeta a restricciones, tales como un tope presupuestario para las inversiones de capital. En teoría, si una firma adopta un proyecto con un valor actual neto de \$1.000, el valor de la firma se incrementaría \$1.000. El valor actual neto es el criterio de inversión generalmente preferido puesto que no es ambiguo, es relativamente fácil de calcular y es compatible con el objetivo de maximización de la riqueza de los propietarios.

5.4 AJUSTES POR INFLACIÓN ANTICIPADA

La década de 1970 se caracterizó por altas y sostenidas tasas de inflación. Las tasas de inflación para varios países se muestran en la Tabla 5.14. De los que allí se consideran, solamente Alemania Federal se administró para mantener la tasa de inflación en un nivel tolerable en el período mencionado. Con tasas de inflación que exceden el 8%, las inversiones de largo plazo son difíciles de evaluar. Por naturaleza, las inversiones forestales no son líquidas por largos períodos. Muchos planificadores de recursos forestales han fracasado en la evaluación de proyectos de inversión debido a que omitieron la inclusión de los efectos de la inflación anticipada en sus análisis. Un escenario típico se puede sintetizar como sigue.

Tabla 5.14. Inflación de los precios al consumidor para algunos países (porcentaje de cambio por año).

Período	Canadá	Estados Unidos	Japón	Alemania Federal
1960-1970	2,6	2,7	5,6	2,5
1971-1973	5,0	4,6	7,5	5,9
1974-1975	10,8	10,1	18,1	6,5
1976-1980	9,0	9,1	6,3	4,1

Fuente: Review, Federal Reserve Bank of St. Louis, July 1978, p. 12 y Review, Federal Reserve Bank of St. Louis, June/July 1981, p. 23.

Supóngase que una firma está valorando un área de tierras forestales. El rodal considerado es una plantación de pino de 5 años. La firma planea cosechar el rodal a los 30 años y vender la tierra desnuda. Los gastos administrativos e impositivos se estiman en \$1,75 por acre y por año. El precio corriente de la madera en pie es de \$25,00 por cuerda. Sobre la base de ventas comparables, el valor corriente de la tierra desnuda se estima en \$300 por acre. El rendimiento de la corta final se calcula en 45 cuerdas por acre y el costo del capital para la firma es de 15% El valor apreciado del área es

$$V_0 = (45 \cdot 25 + 300) \Big/ (1{,}15)^{25} - 1{,}75\left(\frac{1{,}15^{25} - 1}{0{,}15(1{,}15)^{25}}\right) = 43{,}29 - 11{,}31 = 31{,}98$$

Por supuesto, este resultado de la valuación ronda lo absurdo. La razón reside en el hecho que los flujos de fondos se estimaron sobre la base de dólares corrientes pero la tasa de descuento incluye el efecto de la inflación anticipada. Si una firma vende bonos para reunir capital, los inversores que adquieran los bonos ajustan el precio que están dispuestos a pagar por ellos para incluir la inflación esperada. Si la firma toma empréstitos de una institución de préstamos tal como un banco, la tasa de interés incluye un ajuste para los efectos anticipados de la inflación. Irving Fisher (1930) fue el primero en desarrollar la teoría, expresando que la tasa nominal de interés es el producto de la tasa "pura" de interés y la tasa de inflación anticipada. Históricamente, la tasa de interés pura ha permanecido alrededor del 3 al 4%. Si la tasa de inflación es del 10% y la tasa pura es 4%, la tasa de interés nominal será (1 + 0,04)(1 + 0,10) = 1,144 o bien 14,4%. En general,

$$(1+k) = (1+i)(1+g) \qquad \textbf{(5.25)}$$

donde

k = tasa nominal

i = tasa de interés pura

g = tasa de inflación esperada

De lo que se puede decir que ***k = i + g + ig***. Puesto que ***ig*** es normalmente pequeño, a menudo se lo ignora y ***k*** es estimado simplemente como ***i + g***. En el ejemplo precedente, si los flujos se calculan con dólares no inflacionados y con una tasa de interés pura del 3% se tiene

$$V_0 = (45 \cdot 25 + 300) \Big/ (1{,}03)^{25} - 1{,}75\left(\frac{1{,}03^{25} - 1}{0{,}03(1{,}03)^{25}}\right) = 680{,}50 - 30{,}47 = 650{,}12$$

Un abordaje alternativo consiste en expresar los flujos de fondos en dólares inflacionados. Si los flujos de fondos se calculan en dólares inflacionados, la tasa de descuento debería incluir un ajuste por la inflación anticipada. Si todos los costos y retornos sufren la inflación a una tasa constante, entonces no será necesario hacer ajustes. En esta situación

$$VAN = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t(1+g)^t}{(1+i)^t(1+g)^t}$$

El factor de inflación se cancela en ambos términos y

$$VAN = \sum_{t=0}^{n} C_t \Big/ (1+i)^t$$

donde C_t es el flujo de fondos en dólares corrientes e ***i*** es la tasa de descuento pura o libre de inflación.

El abordaje más general a este problema es reconocer que todos los componentes de costos e ingresos son afectados de manera semejante por la inflación general (puesto que la inflación es básicamente una redefinición de la moneda), pero que cada componente tiene su propio "valor real" (*i.e.* en dólares corrientes) para la tasa de escalamiento. Para reflejar estos conceptos se definen las siguientes variables

C_{jt} = ***j***-ésimo ítem del flujo de fondos que ocurre en el año ***t***

r_j = tasa de crecimiento del valor real del ítem ***j*** del flujo de fondos

i = tasa de interés libre de inflación

g = tasa de inflación esperada

m = número de ítemes diferentes del flujo de fondos

n = número de años

El valor presente neto se puede calcular con

$$VAN = \sum_{t=0}^{n} \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jt}\left(1+r_j\right)^t\left(1+g\right)^t}{\left(1+i\right)^t\left(1+g\right)^t} \qquad \textbf{(5.26)}$$

Los cálculos se pueden realizar de esta manera de modo que los valores inflacionados realmente aparezcan en los cómputos. Sin embargo, el factor $\boldsymbol{(1+g)^t}$ se puede cancelar en numerador y denominador de la ecuación (5.26) de modo que la ecuación

$$VAN = \sum_{t=0}^{n} \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jt}\left(1+r_j\right)^t}{\left(1+i\right)^t} \qquad \textbf{(5.27)}$$

da idénticos resultados a los que se obtienen con la ecuación (5.26).

La valoración de propiedades forestales usando flujos de fondos inflacionados no ha encontrado amplia aceptación. Esto se debe parcialmente a que los valores inflacionados parecen anormalmente altos. Por ejemplo, si el valor de la madera en pie para pulpa de pino es $25 por cuerda y si los precios en pie se incrementan a una tasa del 12% por año durante 25 años, entonces el precio en pie proyectado será $25(1,12)^{25}$ = $425,00 por cuerda. Pocos responsables de tomar decisiones en materia forestal se sentirán cómodos en presencia de valores en pie de esta magnitud. No obstante, como se demostró previamente, el nivel general de precios ha crecido a tasas de prácticamente 10% anual en la década pasada. La cuestión clave es cuanto persistirá una inflación de dos dígitos. Durante el pasado período de alta inflación, las empresas han rechazado oportunidades de inversión forestal incorrectamente por fallar en la incorporación de los efectos inflacionarios en sus análisis (Gregersen, 1975). Descontar flujos de fondos en dólares corrientes con un costo de capital ajustado por inflación ha resultado en valores irrealmente bajos y en sub-inversiones en propiedades forestales y en prácticas silviculturales.