

6.2 PLANIFICACIÓN DEL USO DE LA TIERRA¹

La planificación del uso de la tierra busca desarrollar formas eficientes y éticas de regular y administrar la asignación de las tierras a una variedad de usos competitivos. La aplicación más común de la programación lineal a tales decisiones es un tipo de problema de asignación, en el cual un recurso finito como la tierra debe ser distribuido entre varios usos. El ejemplo que se examina aquí es una versión modificada del modelo desarrollado por Dykstra (1984) que demuestra las capacidades y limitaciones de la programación lineal cuando se aplica a la planificación del uso de la tierra.

El problema refiere a la planificación del uso de la tierra para una pequeña ciudad que está enfrentando los desafíos sobre como mejorar los servicios de sus parques y espacios abiertos y mantener un razonable ritmo de desarrollo económico que mejore el bienestar de sus habitantes, dado que la población está creciendo. Los recientes aumentos en la demanda para el desarrollo residencial y los servicios municipales, junto con una reducción en los espacios abiertos locales, resultaron en un fuerte interés en la planificación del uso de las tierras de propiedad municipal que todavía no fueron desarrolladas. Un comité especial de planeamiento ha sido designado para gestionar y coordinar el proyecto, mientras que se han identificado una serie de directivas generales del concejo de la ciudad:

1. El propósito principal del plan de uso de la tierra es incrementar la base imponible del impuesto inmobiliario tanto como sea posible.
2. La tasa del impuesto inmobiliario no debería incrementarse por encima de su nivel presente del 3 %.
3. Al menos el 30 % de los campos que aún no se han desarrollado deberían permanecer en esa condición (tierra reservada), para el uso potencial de las futuras generaciones.
4. Además de las áreas reservadas, cada acre asignado para el desarrollo (entendido como de uso residencial, comercial o industrial) debería ser compensado por al menos un tercio de acre de tierras con espacios abiertos (entendidas como de uso agrícola o parques).
5. Un mínimo de un décimo de acre de tierras comerciales y una dieciseisava parte de un acre de tierras industriales debería desarrollarse por cada acre de tierra residencial, para proveer servicios municipales básicos y otros servicios.
6. Debido a las preocupaciones por el desarrollo excesivo, mientras se intenta maximizar la base imponible del impuesto inmobiliario, el concejo de la ciudad espera que la cantidad total de tierras desarrolladas con propósitos comerciales e industriales no provea más bienes y servicios que los demandados por el incremento total de la población local.
7. Al menos dos quintos de un acre de tierras forestales deberían preservarse por cada acre de tierra residencial desarrollada.
8. Finalmente, el concejo quiere que el plan contemple las necesidades recreativas de su creciente población.

El comité de planeamiento no solo incluye funcionarios gubernamentales sino también expertos en demografía, ecología, sociología, dasonomía y economía. Ellos han mantenido una serie de reuniones públicas con residentes actuales y han discutido sus hallazgos y planes con el concejo de la ciudad. Para facilitar este proceso, se aplicó un modelo de programación lineal que integra la información disponible y las restricciones en una plan aceptable para la asignación de tierras durante la próxima década.

¹ Este problema se traduce con fines exclusivamente didácticos y ha sido tomado del texto de H. M. Kaiser & K. D. Messer: *Mathematical programming for agricultural, environmental, and resource economics* (John Wiley & Sons, Inc., 2011, p. 215). Pablo Yapura.

Tabla 6.3. Superficies aptas para cada uso de la tierra propuesto.

Área sin desarrollo (<i>i</i>)	Superficie total (<i>b_i</i>)	Tipo de uso de la tierra					
		Residencial (<i>j</i> =1)	Comercial (<i>j</i> =2)	Industrial (<i>j</i> =3)	Bosque (<i>j</i> =4)	Agrícola (<i>j</i> =5)	Parque (<i>j</i> =6)
1	2050	1435	990	1220	750	790	1120
2	3120	1710	1850	2530	1335	1250	370
3	820	250	450	500	280	80	560
4	1330	520	490	610	1110	810	960
5	1920	1080	700	920	690	920	1090
Total	9240	4995	4480	5780	4165	3850	4100

La Tabla 6.3 detalla cinco áreas no desarrolladas dentro de las tierras de la ciudad, junto con la superficie dentro de cada área que está disponible para varios tipos de usos. El área total de estas cinco parcelas es de 9.240 acres, mientras que el área disponible para otros usos de la tierra va desde 3.850 acres para la agricultura, hasta 5.780 acres para uso industrial. Nótese que las columnas de esta tabla no necesitan sumar la superficie total de la parcela no desarrollada puesto que algunas áreas son aptas para múltiples tipos de desarrollo. La Tabla 6.4 muestra, para cada tipo de desarrollo, cuanto incrementaría la base imponible del impuesto inmobiliario de la ciudad y cuanto le costaría a la ciudad proveer los servicios municipales.

Tabla 6.4. Incremento esperado en la base imponible del impuesto inmobiliario y costo de los servicios municipales para cada acre asignado al desarrollo (en miles de \$).

	Tipo de uso de la tierra					
	Residencial (<i>j</i> =1)	Comercial (<i>j</i> =2)	Industrial (<i>j</i> =3)	Bosque (<i>j</i> =4)	Agrícola (<i>j</i> =5)	Parque (<i>j</i> =6)
Incremento en la base imponible del impuesto inmobiliario por acre (<i>c_j</i>)	200	520	1070	300	11,5	5
Costo de los servicios municipales por acre (<i>d_j</i>)	9	14	33,5	6,5	0,8	2

Variables de decisión y restricciones

En este modelo, la decisión clave es la asignación de tierras de áreas no desarrolladas a uno de seis usos. El objetivo del problema de programación lineal es maximizar el ingreso de la base imponible del impuesto inmobiliario de la ciudad, sujeto a las restricciones de política y las otras limitaciones enunciadas. Por lo tanto, las variables de decisión deben cuantificar la superficie de cada área de desarrollo propuesta que se asigna a cada uso de la tierra. Estas variables se definen como sigue:

$$x_{ij} : \text{superficie del área } i \text{ asignada al uso } j \text{ (} i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, \dots, 7 \text{) (6.9)}$$

donde $j = 1$ denota desarrollo residencial, $j = 2$ desarrollo comercial, $j = 3$ desarrollo industrial, $j = 4$ bosques, $j = 5$ desarrollo agrícola, $j = 6$ parques y $j = 7$ tierra reservada.

Para maximizar el incremento esperado en la base imponible a partir de las nuevas áreas desarrolladas la función objetivo se escribe así:

$$\max z = \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^5 c_j x_{ij} \quad (6.10)$$

donde c_j es el incremento por acre en la base imponible del impuesto inmobiliario, el que se puede encontrar en la primera fila de la Tabla 6.4.

Restricción de la tasa del impuesto inmobiliario. La tasa del impuesto inmobiliario se calcula a partir del monto del impuesto inmobiliario requerido (*i.e.* el costo de los nuevos servicios municipales relativos al desarrollo) menos la base imponible del impuesto inmobiliario resultante del desarrollo. El concejo de la ciudad quiere asegurar que la tasa del impuesto inmobiliario no será mayor que el 3 % vigente. Esto requiere una restricción formulada así:

$$\sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^5 d_j x_{ij} - 0,03 \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^5 c_j x_{ij} \leq 0 \quad (6.11)$$

donde d_j son los valores de la segunda fila de la Tabla 6.4 y reflejan el costo estimado de los servicios municipales requeridos para cada acre de nuevo desarrollo.

Restricción al desarrollo excesivo. Otro objetivo importante es controlar el crecimiento “excesivo” de las tierras comerciales e industriales. La comisión de planeamiento sugiere que el incremento en superficie de las tierras comerciales e industriales no debería exceder la posible demanda por bienes y servicios provisos por tales usos que tenga la población local, considerando su crecimiento al final del décimo año.

Actualmente, la población de la ciudad es de 32.753 habitantes. Los demógrafos estiman que las tasas de natalidad y mortalidad se mantendrán relativamente estables en los próximos 10 años, en valores de 0,8 % y 0,5 %, respectivamente. Entonces, el modelo asume que el total poblacional de la ciudad se incrementará un 0,3 % (0,8 % - 0,5 %) al final de cada año. Adicionalmente, los demógrafos estiman que habrá una inmigración neta de 1.200 personas cada año. Por simplicidad, este modelo asumirá que la inmigración ocurre al final de cada año. Sobre la base de esta información, el total poblacional de la ciudad al final del décimo año se puede estimar usando la siguiente ecuación:

$$p_{i+1} = 1,003(p_i + 1.200) \quad (6.12)$$

donde p_i representa el el total poblacional de la ciudad a principio del i -ésimo año. De esta forma, al final del décimo año, el incremento estimado del total poblacional es de 13.196 habitantes. Los expertos estiman que, en promedio, cada acre de nuevas tierras comerciales puede sustentar 11 nuevos residentes, mientras que cada acre de nuevas tierras industriales puede sustentar 16 nuevos residentes. Entonces, las restricciones de estos tipos de usos de la tierra se pueden establecer como sigue:

$$11 \sum_{i=1}^5 x_{i2} \leq 13.196 \quad (6.13)$$

$$16 \sum_{i=1}^5 x_{i3} \leq 13.196 \quad (6.14)$$

Tasa de desarrollo mínimo. El plan también debería considerar las áreas de tierras residenciales, comerciales e industriales necesarias para asegurar la disponibilidad de instalaciones y edificios apropiados para viviendas, comercios y otros servicios para nuevos residentes. Los expertos estiman que un acre de desarrollo residencial puede ser habitado por 22 personas como máximo. Además, al menos un décimo de acre de tierra comercial y un dieciseisavo de acre de tierra industrial deberían desarrollarse por cada acre de tierra residencial. Estas restricciones se pueden escribir como sigue:

$$22 \sum_{i=1}^5 x_{i1} \geq 13.196 \quad (6.15)$$

$$\frac{1}{10} \sum_{i=1}^5 x_{i1} - \sum_{i=1}^5 x_{i2} \leq 0 \quad (6.16)$$

$$\frac{1}{16} \sum_{i=1}^5 x_{i1} - \sum_{i=1}^5 x_{i3} \leq 0 \quad (6.17)$$

Requerimiento de tierras abiertas. A los residentes les preocupaba que el incremento en el desarrollo pudiera menguar la belleza escénica de la ciudad. En consecuencia, el concejo ha decidido que la superficie total de tierras agrícolas y parques debería ser como mínimo un tercio de la cantidad de tierras asignadas a los usos residenciales, comerciales e industriales:

$$\sum_{i=1}^5 x_{i5} + \sum_{i=1}^5 x_{i6} - \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^5 x_{i1} + \sum_{i=1}^5 x_{i2} + \sum_{i=1}^5 x_{i3} \right] \geq 0 \quad (6.18)$$

Requerimiento de tierras forestales. Dado el incremento poblacional, el concejo de la ciudad pensó que era necesario asegurar suficientes tierras forestales. Para simplificar esta restricción, el modelo asume que debe haber al menos dos quintos de acre con bosques por cada acre de tierras residenciales:

$$\frac{2}{5} \sum_{i=1}^5 x_{i1} - \sum_{i=1}^5 x_{i4} \leq 0 \quad (6.19)$$

Requerimiento de recreación. El concejo de la ciudad también quería incrementar la cantidad de tierras con parques. Entonces establecieron que, como meta para el final del período de planificación de diez años, debería haber al menos un acre nuevo de tierras con parques para la recreación por cada 50 nuevos residentes:

$$50 \sum_{i=1}^5 x_{i6} \geq 13.196 \quad (6.20)$$

Índice ambiental. Los ecólogos involucrados en este proyecto quisieron poner a prueba un índice de valoración ambiental (denominado Índice-A) que implica el uso de una escala de calificación de 10 puntos para evaluar la calidad ambiental provista por los diferentes usos de la

tierra. Groseramente hablando, cuanto más intensivamente se desarrolla un lugar, menor será su puntaje. La Tabla 6.5 muestra estos puntajes para cada uno de los usos diferentes considerados.

Tabla 6.5. Puntaje de beneficio ambiental para cada uso de la tierra.

	Residencial (j=1)	Comercial (j=2)	Industrial (j=3)	Bosque (j=4)	Agrícola (j=5)	Parque (j=6)	Reservada (j=7)
Índice-A	3	2,5	1,5	6,5	4,5	8,5	10

Para mantener un ambiente de alta calidad, la comisión de planeamiento de las tierras ha propuesto que el promedio del Índice-A para estas cinco áreas sin desarrollar no debería ser inferior a 6,0. El Índice-A promedio se determina como la media ponderada por superficie ocupada por los siete tipos de tierra diferentes. Esta restricción se escribe así:

$$\frac{1}{9.240} \left[3 \sum_{i=1}^5 x_{i1} + 2,5 \sum_{i=1}^5 x_{i2} + 1,5 \sum_{i=1}^5 x_{i3} + 6,5 \sum_{i=1}^5 x_{i4} + 4,5 \sum_{i=1}^5 x_{i5} + 8,5 \sum_{i=1}^5 x_{i6} + 10 \sum_{i=1}^5 x_{i7} \right] \geq 6 \quad (6.21)$$

donde 9.240 es la superficie total de tierras sin desarrollar.

Restricciones de factibilidad del desarrollo. La primera condición de factibilidad es que todo el desarrollo, incluyendo las tierras reservadas, no debería exceder la cantidad total de tierras sin desarrollar disponibles:

$$\sum_{j=1}^7 \sum_{i=1}^5 x_{ij} \leq 9.240 \quad (6.22)$$

Como lo ordenó el concejo de la ciudad, al menos el 30 % de las tierras sin desarrollar deberían reservarse para planes futuros:

$$\sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^5 x_{ij} \leq (0,7)(9.240) \quad (6.23)$$

Adicionalmente, se requieren restricciones para asegurar que, para cada una de las cinco áreas sin desarrollar, la suma de las superficies de cada tipo de uso de la tierra no excede la cota superior de tierras disponibles para ese uso:

$$x_{ij} \leq s_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, \dots, 7) \quad (6.24)$$

donde s_{ij} son las superficies del área i que es apta para el uso j , como se indicó en la Tabla 6.3.

Finalmente, la tierra asignada a todos los usos dentro de cada área de desarrollo propuesta no puede exceder la tierra total disponible para desarrollo:

$$\sum_{j=1}^7 x_{ij} \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \quad (6.25)$$

donde b_i es la superficie total del área i . De la Tabla 6.3, $b_1 = 2.050$, $b_2 = 3.120$, $b_3 = 820$, $b_4 = 1.330$ y $b_5 = 1.920$.

Restricciones de no negatividad. Puesto que todas las variables representan superficies de asignación, todas deben ser no negativas:

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, \dots, 7) \quad (6.26)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Undeveloped Area	Total	Residential	Commercial	Industrial	Forest	Farm	Park	Reserved
3	1	2,050	1,435	990	1,220	750	790	1,120	
4	2	3,120	1,710	1,850	2,530	1,335	1,250	370	
5	3	820	250	450	500	280	80	560	
6	4	1,330	520	490	610	1,110	810	960	
7	5	1,920	1,080	700	920	690	920	1,090	
8		Ci	200.0	520.0	1,070.0	300.0	11.5	5.0	
9		Di	9.0	14.0	33.5	6.5	0.8	2.0	
10		E-Index	3.0	2.5	1.5	6.5	4.5	8.5	10.0
11									
12	Objective								
13	Max.	\$2,525,344	Property Tax Base (1,000s)						
14									
15	Decision Variables (acres)								
16	Undeveloped Area	Total	Residential	Commercial	Industrial	Forest	Farm	Park	Reserved
17	1	2,050.0	-	-	-	-	-	263.9	1,786.1
18	2	3,120.0	509.8	124.4	-	889.1	610.7	-	985.9
19	3	820.0	90.0	450.0	-	280.0	-	-	-
20	4	1,330.0	-	220.0	-	1,110.0	-	-	-
21	5	1,920.0	-	405.3	824.8	690.0	-	-	-
22	Total	9,240.0	599.8	1,199.6	824.8	2,969.1	610.7	263.9	2,772.0
23									
24	Constraints								
25	Property Tax Rate	70,138	<=	75,760	Tax Rate:	2.78%			
26	Excessive Dev.	13,196	<=	13,196					
27		13,196	<=	13,196					
28	Min Dev. Rate	60	<=	1,200					
29		13,196	<=	13,196					
30		37	<=	825					
31	Open Land	875	<=	875					
32	Forest Land	240	<=	2,969					
33	Park land	13,196	<=	13,196					
34	E-Index	55,440	<=	58,047	Avg. E-index	6.28			
35	Feasibility	9,240	=	9,240					
36		6,468	<=	6,468					
37			xij <= sij						
38	1	2,050	<=	2,050					
39	2	3,120	<=	3,120					
40	3	820	<=	820					
41	4	1,330	<=	1,330					
42	5	1,920	<=	1,920					
43									

Figura 6.2. Modelo del problema de uso de la tierra.

Transcribir el problema y encontrar una solución

Para resolver este problema de programación lineal con *Solver*, se deben definir cuatro categorías de información: la información dada, la función objetivo, las variables de decisión y las restricciones. La información detallada en las Tablas 6.3, 6.4 y 6.5 se muestran en las celdas A2 hasta I10 en la planilla de cálculos de la Figura 6.2. La fórmula de la función objetivo (celda B13) es “=SUMAPRODUCTO(C8:H8,C22:H22)”. Como se discutió en el Capítulo 3, al transcribir estos problemas puede ser útil ingresar una simple “estimación” como valor inicial. Esto ayuda a asegurar que las fórmulas usadas en el modelo están funcionando correctamente y pueden ayudar a identificar inconvenientes.

Las celdas C17 hasta I21 representan las variables de decisión (e.g. la celda D18 representa la superficie del área sin desarrollar 2 que será asignada al uso comercial de la tierra). *Solver* reconocerá cada celda de este bloque como una variable independiente durante el proceso de optimización y, cambiando los valores de estas celdas, proveerá la solución óptima dadas las restricciones y la información provista en el problema.



Figura 6.3. Especificación del modelo de uso de la tierra.

Las fórmulas que comprenden las series de restricciones se muestran en la porción inferior de la Figura 6.2. Por ejemplo, la primer restricción de Desarrollo Excesivo (Ecuación 6.13) está en la celda B26. La fórmula es “11*SUMA(E17:E21)” y el valor del lado derecho asociado para esta restricción está en la celda D26.

Una vez que toda la información dada ha sido ingresada en la planilla de cálculos y que la función objetivo y las restricciones han sido apropiadamente establecidas, el problema está listo para ser resuelto. Pulsar el botón “Model” en *Solver* y seleccionar la opción maximizar la base imponible del impuesto inmobiliario (celda B13). Continuar definiendo las variables de decisión y las restricciones, siendo especialmente cuidadosos al establecer los símbolos correctos de las restricciones. El modelo completo debería lucir como el de la Figura 6.3. Finalmente, se debe seleccionar el algoritmo apropiado. En este caso se debería seleccionar “Standard LP/Quadratic

Engine” y marcar como verdadera la opción “Assume Non-Negative” (N. del T.: las opciones del Solver varían con las versiones de Excel y la configuración de idioma; en cualquier caso debería seleccionarse el *método simplex* y verificar que el programa asuma que las variables serán no negativas).

La solución de este problema se muestra en la Tabla 6.6. Dado este plan de asignación, la base imponible total se incrementará 2.525.344 en miles de \$ (Figura 6.2). El comité de planeamiento también puede obtener otra información importante de este modelo. Por ejemplo, la tasa real del impuesto inmobiliario será de 2,78 % (celda F25), la que resulta ser inferior a la meta del 3 % del concejo de la ciudad; y el Índice-A de este plan de uso óptimo de las tierras resulta ser de 6,28 (celda F34), el que resulta ser superior al nivel de 6.0 recomendado, implicando que el plan de uso de las tierras excede las expectativas en este aspecto.

Tabla 6.6. Asignación óptima de las tierras sin desarrollo.

Área sin desarrollo	Residencial	Comercial	Industrial	Bosque	Agrícola	Parque	Reservada
1						263,9	1786,1
2	509,8	124,4		889,1	610,7		985,9
3	90,0	450,0		280,0			
4		220,0		1110,0			
5		405,3	824,8	690,0			
Total	599,8	1199,7	824,8	2969,1	610,7	263,9	2772,0