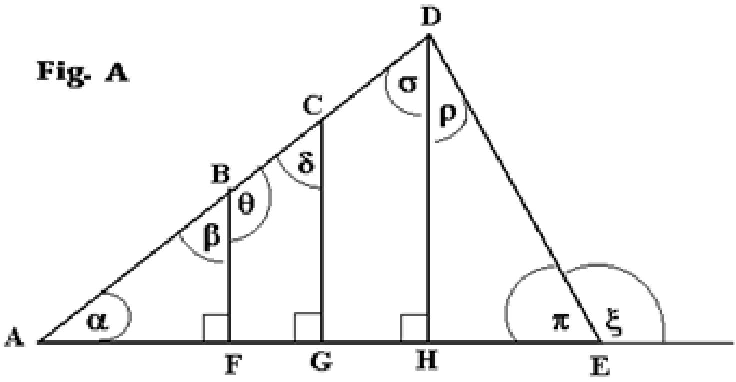
Ejemplos resueltos – Unidad 3 – Trigonometría

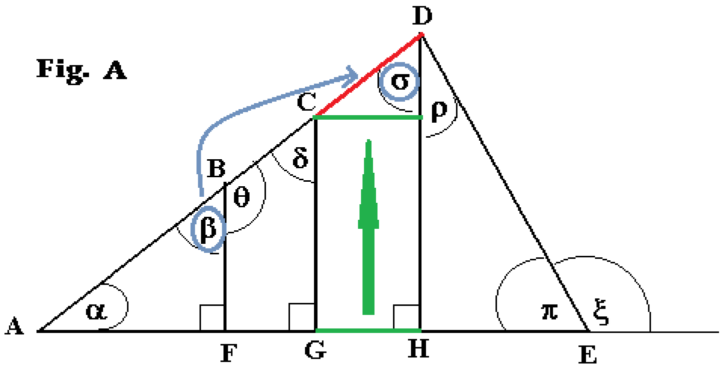
Ejemplo 1 - Si en la figura A: **CD= 7m** y **GH= 5m**, calcular el valor del ángulo β



Resolución sugerida:

Para conocer el valor del ángulo β conociendo los valores de los lados **CD** y **GH** lo primero que hay que observar es qué relación existe entre ellos.

En principio se puede ver que con los lados **CD** y **GH** se logra formar un **triángulo rectángulo** (CD= hipotenusa y GH= cateto) quienes se relacionarían con el ángulo **σ**. A su vez, el ángulo **σ** puede verse que comparte una relación con el ángulo β ya que son **ángulos correspondientes** (ángulos situados al mismo lado de paralelas y al mismo lado de la transversal) y, en consecuencia, sus **valores son iguales**. De manera que, si logramos calcular el valor de **σ,** vamos a lograr tener el valor de β.



La pregunta entonces sería: ¿existe alguna manera de calcular el valor de **σ** a partir de conocer los lados **CD** y **GH**? La respuesta es sí y el justificativo es con **funciones trigonométricas** ya que se forma un **triángulo rectángulo.** Entonces recordando la regla mnemotécnica SOHCAHTOA y sabiendo que **CD** es la **hipotenusa** y **GH** es el **cateto opuesto** al ángulo **σ**, podemos deducir que la función **seno** (sen) nos relaciona todos estos elementos.

$$sen\ \sigma = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa} = \frac{GH}{CD}$$

De manera que para conocer el valor del ángulo **σ** tenemos que despejarlo de la función y para ellos tenemos que pasar la función seno (sen) del otro lado de la igualdad en su inversa, que puede expresarse como sen^{-1} o como arcoseno (arcseno). Entonces la nueva función quedaría:

$$\sigma = sen^{-1}\frac{GH}{CD} \qquad \text{ó} \qquad \sigma = arcsen\,\frac{GH}{CD}$$

En este momento solamente tenemos que reemplazar los valores que tenemos en la ecuación (vamos a utilizar sen^{-1} como inversa del seno, pero como se mencionó anteriormente cualquiera de las opciones son válidas). El valor de **GH** es **5 m** y el valor de **CD** es **7 m**, entonces:

$$\sigma = sen^{-1}\frac{GH}{CD} = sen^{-1}\frac{5\,m}{7\,m} = sen^{-1}\,0{,}714 = 45{,}58°$$

$$\boldsymbol{\sigma = 45,58°}$$

Finalmente, como el ángulo **σ** es igual al ángulo **β**, se puede decir que el valor final es:

$$\sigma = 45{,}58° = \beta$$

$$\boldsymbol{\beta = 45,58°}$$

Ejemplo 2 - En base a la misma figura, calcular el valor del ángulo θ

<u>Resolución sugerida:</u>

Para conocer el valor del ángulo **θ** debemos buscar con qué información contamos que pueda relacionarse con este ángulo. Para ello podemos observar que el ángulo es **β** y el ángulo **θ** son **ángulos suplementarios**, es decir, la suma de sus grados es igual a 180°.

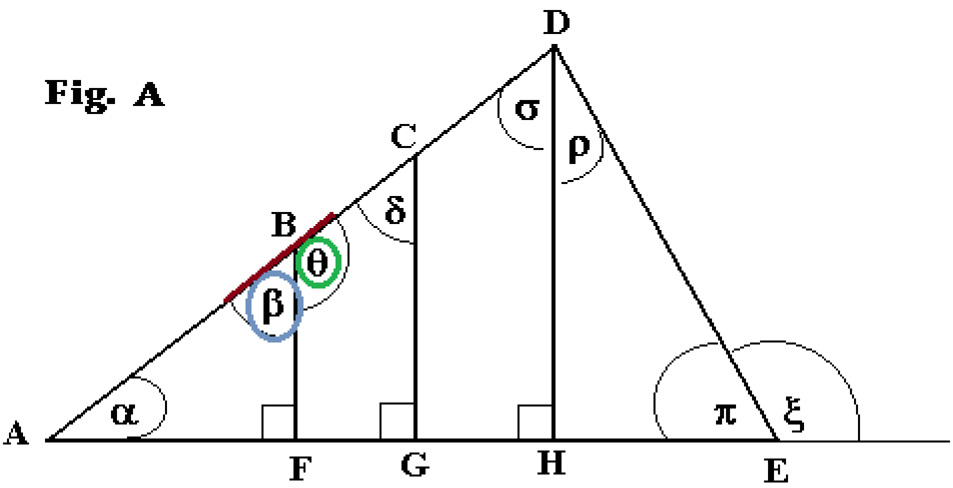


Fig. A

En consecuencia como conocemos que el valor de **β** es de 45,58° (ejercicio anterior), podemos calcular el valor de **θ**:

$$\beta + \theta = 180°$$

$$\theta = 180° - \beta$$

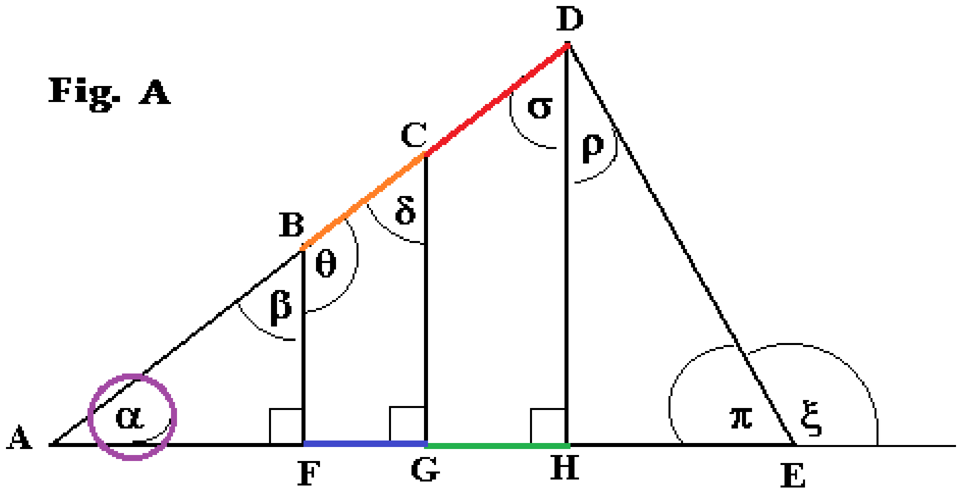
$$\theta = 180° - 48{,}58°$$

$$\boldsymbol{\theta = 134{,}42°}$$

Ejemplo 3 – En base a la misma figura, si BC = 8 m, calcular el valor del segmento FG

Resolución sugerida:

Para conocer el valor del segmento **FG** tenemos que buscar nuevamente cómo podemos relacionar su dimensión con la información que tenemos. Lo que podemos observar es que el segmento **FG** se encuentra sobre la misma recta que el segmento **GH** cuya dimensión es de **5 m** (ejercicio 1). Por otro lado, también podemos observar que el segmento **BC** cuya dimensión es de **8 m** (dato nuevo en el enunciado de este ejercicio) se encuentra sobre la misma recta que el segmento **CD** cuya dimensión es de **7 m** (ejercicio 1). Finalmente, podemos ver que ambas rectas donde se encuentran los nuestros segmentos de interés se relacionan mediante el ángulo α, que los segmentos paralelos de BF y CG dan comienzo y fin a los segmentos **BC** y **FG**, y que los segmentos paralelos de CG y DH dan comienzo y fin a los segmentos **CD** y **GH**. Considerando la información brindada, podemos deducir que podemos utilizar el **teorema de la proporcionalidad**, donde se mantendría la relación entre los segmentos superiores e inferiores:



$$\frac{AB}{AF} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{FG}} = \frac{\boldsymbol{CD}}{\boldsymbol{GH}}$$

$$FG = \frac{BC * GH}{CD}$$

Finalmente reemplazamos los valores para calcular **FG** con los datos conocidos (**BC= 8m; GH= 5m; CD= 7m**):

$$FG = \frac{BC * GH}{CD} = \frac{8\,m * 5\,m}{7\,m} = 5{,}71\,m$$

$$\boldsymbol{FG = 5,71\ m}$$