

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales



**CÁLCULO ESTADÍSTICO Y
BIOMETRÍA**



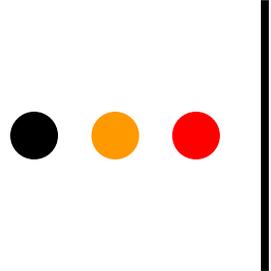
Experimentos Factoriales



Ventajas - Desventajas

Ventajas

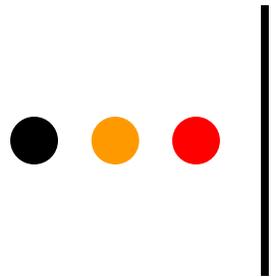
1. Economía en el material experimental, al obtener información sobre varios factores sin aumentar el tamaño del experimento. Todas las u.e. se utilizan para la evaluación de los efectos.
2. Se amplía la base de la inferencia en relación a un factor, ya que se estudia en las diferentes condiciones representadas por los niveles de otros factores. Se amplía el rango de validez del experimento.
3. Permite el estudio de la interacción, esto es, estudiar el grado y forma en la cual se modifica el efecto de un factor por los niveles de los otros factores.



Ventajas - Desventajas

Desventajas

1. Se requiere un gran número de u.e., sobre todo cuando se prueban muchos factores o muchos niveles de algunos factores, es decir, se tiene un número grande de tratamientos.
2. El análisis es más complejo, puede ser dificultosa la interpretación, sobre todo cuando las interacciones son significativas



Modelo Lineal

El modelo lineal al cual responde un experimento factorial de 2 factores (A y B) montado en un Diseño Completamente Aleatorizado (DCA) es el siguiente:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Siendo:

Y_{ijk} = Observación bajo el i-ésimo nivel del factor A, j-ésimo nivel del factor B, repetición k.

μ = Media general del ensayo.

τ_i = Efecto del tratamiento A.

β_j = Efecto del tratamiento B .

$(\tau\beta)_{ij}$ = Efecto de la interacción (A x B).

ε = Error experimental (factores no controlados).



ANOVA

<i>Fuentes de Variación</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de Libertad</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>F Calculado</i>
Factor A	SC_A	$gl_A = a - 1$	$CM_A = \frac{SC_A}{gl_A}$	$F = \frac{CM_A}{CMD}$
Factor B	SC_B	$gl_B = b - 1$	$CM_B = \frac{SC_B}{gl_B}$	$F = \frac{CM_B}{CMD}$
Interacción <i>(A x B)</i>	SC_{AxB}	$gl_{AB} = (a - 1)(b - 1)$	$CM_{AB} = \frac{SC_{AB}}{gl_{AB}}$	$F = \frac{CM_{AB}}{CMD}$
Error Experimental	SCD	$gl_E = ab(r - 1)$	$CMD = \frac{SCD}{gl_E}$	
Total	SCT	$gl_t = abr - 1$		

- ● ● | *Planteo de Hipótesis*

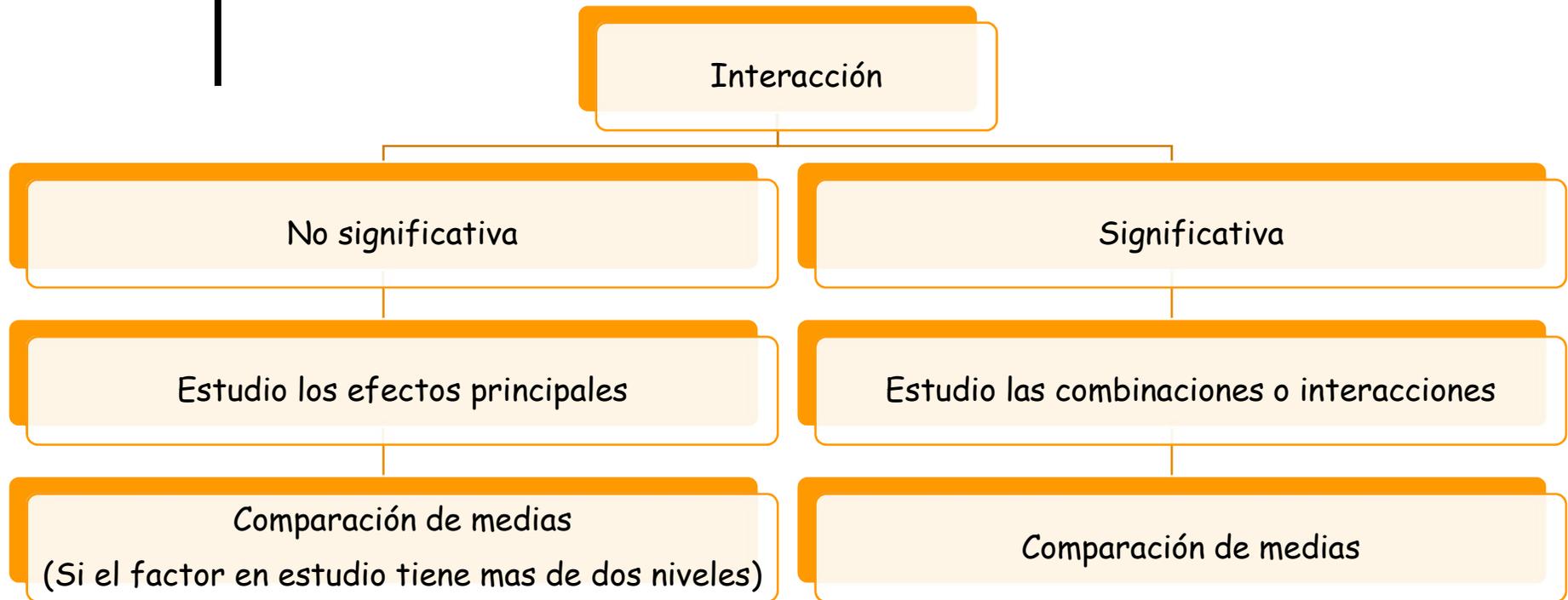
- Hipótesis 1: "No hay diferencias entre los niveles del factor A"

- Hipótesis 2: "No hay diferencias entre los niveles del factor B".

- Hipótesis 3: "No hay interacción entre los factores (independencia)"



Comparación de medias



Efecto Principal

Se define como la diferencia entre los niveles de un mismo factor a todos los niveles de los otros factores

Combinaciones o interacciones

Surgen de combinar todos los factores a todos los niveles.



Test de Tukey

Interacciones no significativas

- 1) Para comparar los efectos principales de A.

$$\Delta = q_{(\alpha; gl_E; a)} \cdot \frac{S}{\sqrt{rb}}$$

- 2) Para comparar los efectos principales de B.

$$\Delta = q_{(\alpha; gl_E; b)} \cdot \frac{S}{\sqrt{ra}}$$

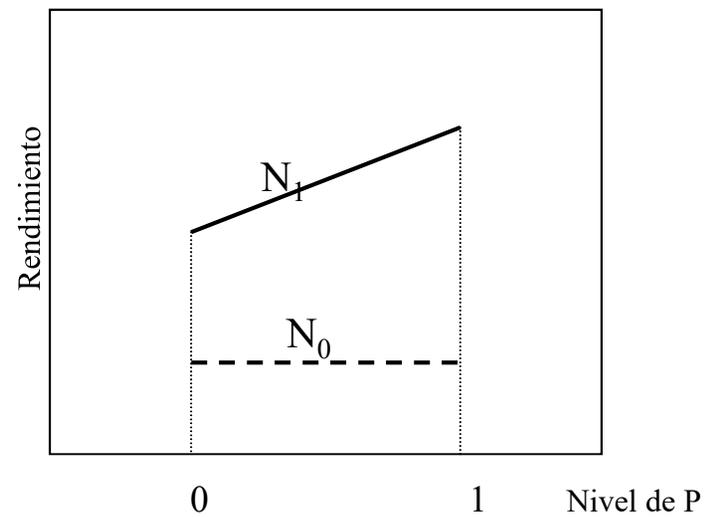
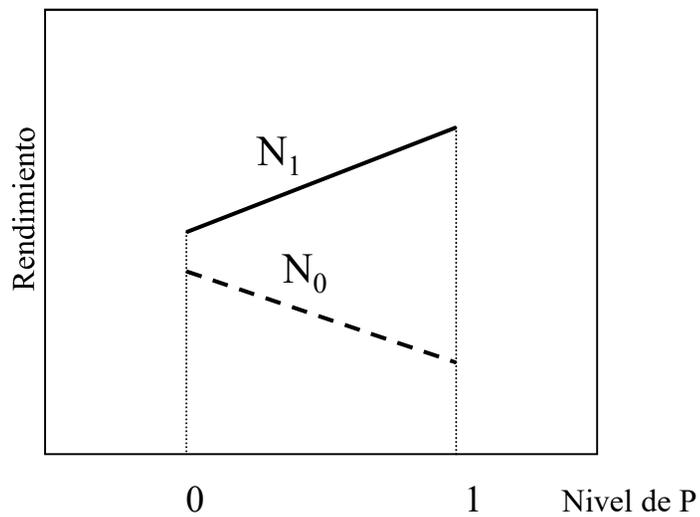
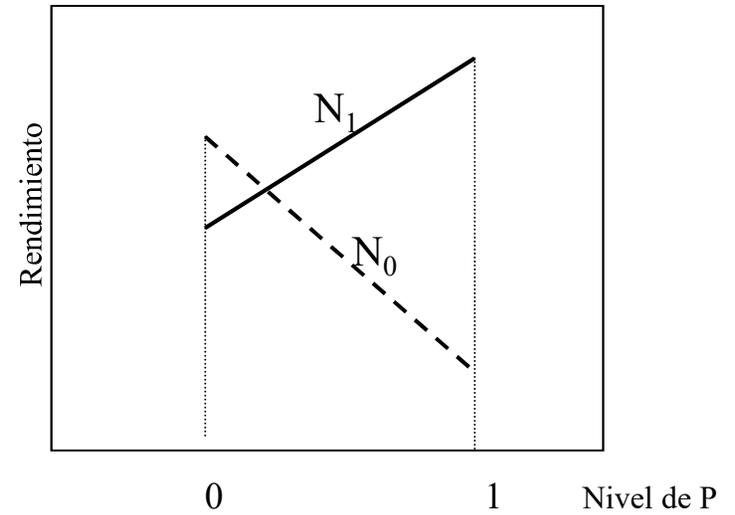
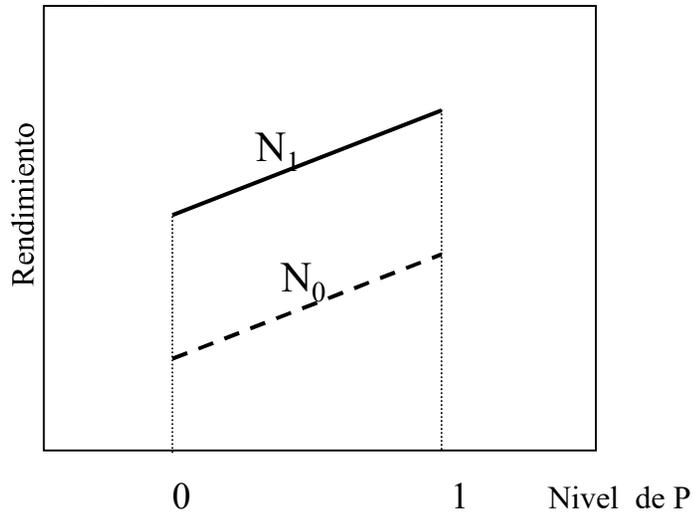
Interacciones significativas

Para comparar entre sí todas las combinaciones formadas por los niveles de los factores

$$\Delta = q_{(\alpha; gl_E; ab)} \cdot \frac{S}{\sqrt{r}}$$



Gráfico de Interacciones





Variantes (DBCA)

$$Y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

<i>Fuentes de Variación</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de Libertad</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>F Calculado</i>
Bloque	SC_B	$gl_b = r - 1$	$CM_B = \frac{SC_B}{gl_b}$	
Factor A	SC_A	$gl_A = a - 1$	$CM_A = \frac{SC_A}{gl_A}$	$F = \frac{CM_A}{CMD}$
Factor B	SC_B	$gl_B = b - 1$	$CM_B = \frac{SC_B}{gl_B}$	$F = \frac{CM_B}{CMD}$
Interacción (A x B)	SC_{AxB}	$gl_{AB} = (a - 1)(b - 1)$	$CM_{AB} = \frac{SC_{AB}}{gl_{AB}}$	$F = \frac{CM_{AB}}{CMD}$
Error Experimental	SCD	$gl_E = (ab - 1)(r - 1)$	$CMD = \frac{SCD}{gl_E}$	
Total	SCT	$Gl_t = abr - 1$		



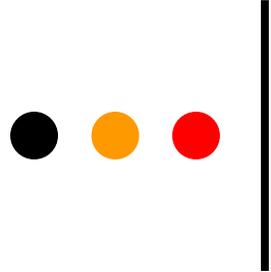
Ejemplo 1

En la siguiente tabla se muestran los resultados de un experimento montado según un diseño completamente aleatorizado con cuatro repeticiones, en el que nemátodos de género *Pratylenchus* fueron criados en cuatro condiciones de temperatura y discriminados según sexo para evaluar el efecto del sexo y la temperatura sobre la expresión fenotípica de diversos caracteres morfométricos. Los resultados presentados corresponden al largo promedio de la cola en unidades experimentales conformadas por 5 individuos.

● ● ● | *Ejemplo 1 – Datos y Modelo*

	Hembras				Machos			
Temp. (C)	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4
16	29.2	32.5	34.6	32.6	27.2	24.7	27.3	26.2
21	30.1	30.4	31.4	35.8	26.7	26.5	27.2	27.2
25	31.6	30.2	29.5	30.0	26.2	26.3	28.2	26.2
28	29.6	28.4	28.4	28.1	24.8	25.4	25.6	26.2

$$Y_{ij} = \mu + \text{Sexo}_i + \text{Temperatura}_j + \text{Sexo} * \text{Temperatura}_{ij} + \varepsilon_{ij}$$



Ejemplo 1: Planteo de Hipótesis

Hipótesis 1:

No hay diferencias en el largo de la cola debido a un efecto del sexo.

Hipótesis 2:

No hay diferencias en el largo de la cola debido a un efecto de la temperatura.

Hipótesis 3:

No hay interacción entre los factores (independencia).



Ejemplo 1: ANOVA

F.V.	g.l.	S.C.	C.M.	F Calculado
Sexo	1	155,32	155,32	77,07
Temperatura	3	27,99	9,33	4,63
S x T	3	9,66	3,22	1,60
Error	24	48,37	2,02	
Total	31	241,34		

Suma de cuadrado total

$$SCT = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - C = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - \frac{\left(\sum_{i,j,k} Y_{ijk} \right)^2}{N}$$

Suma de cuadrado para cada factor

$$SC_A = \frac{Y_1^2 + \dots + Y_a^2}{rb} - C \quad SC_B = \frac{Y_1^2 + \dots + Y_b^2}{ra} - C$$

Suma de cuadrado para la interacción AxB

$$SC_{AxB} = SCE - SC_A - SC_B$$

Suma de cuadrado de tratamientos (SCE)

$$SCE = \frac{Y_{11}^2 + \dots + Y_{ab}^2}{r} - C$$

Suma de cuadrado del error (SCD)

$$SCD = SCT - SC_A - SC_B - SC_{AxB}$$

● ● ● | *Ejemplo 1: Conclusiones parciales*

Obtención de los F tabulados o críticos y conclusiones parciales

<i>Fuentes de Variación</i>	<i>gl del numerador</i>	<i>gl del denominador</i>	<i>Nivel de significancia</i>	<i>F Tabulado</i>	<i>F Calculado</i>
Sexo	1	24	0,05		77,07
Temperatura	3	24	0,05		4,63
S x T	3	24	0,05		1,60

Hipótesis 3: No hay interacción entre los factores (independencia).

NO ES RECHAZADA

Hipótesis 1: No hay diferencias de largo de la cola debido al sexo.

ES RECHAZADA

Hipótesis 2: No hay diferencias de largo de la cola debido a la temperatura.

NO ES RECHAZADA



Test de Tukey

$$d.m.s_{5\%} = \Delta_{5\%} = q_{5\%} \cdot \frac{S}{\sqrt{rb}} = 2,92 \frac{\sqrt{2,02}}{\sqrt{4 \times 4}} = 1,037$$

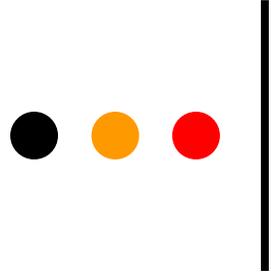
<u>Sexo</u>	<u>Media</u>	<u>Significancia</u>	<u>Significancia</u>
M	27,4	X	a
H	32,1	X	b



Ejemplo 2

Deseamos probar dos dosis de nitrógeno y dos de fósforo en un cultivo de maíz. El campo experimental presenta una pendiente pronunciada. Se aconsejan realizar 5 repeticiones por tratamiento.

<u>Bloques</u>	<u>Tratamientos</u>				<u>Totales de Bloque</u>
	N₀P₀	N₁P₀	N₀P₁	N₁P₁	
I	1,00	1,50	3,20	3,80	9,50
II	1,60	2,30	4,50	5,00	13,40
III	1,20	1,10	5,60	6,00	13,90
IV	1,30	1,40	5,50	6,20	14,40
V	1,30	1,60	4,40	4,80	12,10
<u>Totales Tratamientos</u>	6,40	7,90	23,20	25,80	63,30
<u>Media Tratamientos</u>	1,28	1,58	4,64	5,16	



Ejemplo 2: Planteo de Hipótesis

Hipótesis 1:

No hay diferencias de rendimiento entre los dos niveles de nitrógeno.

Hipótesis 2:

No hay diferencias de rendimiento entre los dos niveles de fósforo.

Hipótesis 3:

No hay interacción entre los factores (independencia).



Ejemplo 2: ANOVA

<i>Fuentes de Variación</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>gl</i>	<i>Cuadrados Medios</i>	<i>F Calculado</i>
Bloque	3,853	4	0,963	
Factor A (N)	0,8405	1	0,8405	2,134
Factor B (P)	60,2045	1	60,2045	152,836 *
Interacción (N x P)	0,0605	1	0,0605	0,154
Dentro Error Experimental	4,727	12	0,3939	
Total	69,6855	19		

Suma de cuadrado total

$$SCT = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - C = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - \frac{\left(\sum_{i,j,k} Y_{ijk} \right)^2}{N}$$

Suma de cuadrado para cada factor

$$SC_A = \frac{Y_1^2 + \dots + Y_a^2}{rb} - C \quad SC_B = \frac{Y_1^2 + \dots + Y_b^2}{ra} - C$$

Suma de cuadrado para la interacción AxB

$$SC_{AxB} = SCE - SC_A - SC_B$$

Suma de cuadrado de tratamientos (SCE)

$$SCE = \frac{Y_{11}^2 + \dots + Y_{ab}^2}{r} - C$$

Suma de cuadrado del error (SCD)

$$SCD = SCT - SC_A - SC_B - SC_{AxB}$$

● ● ● | *Ejemplo 2: Conclusiones parciales*

Obtención de los F tabulados o críticos y conclusiones parciales

<i>Fuentes de Variación</i>	<i>gl del numerador</i>	<i>gl del denominador</i>	<i>Nivel de significancia</i>	<i>F Tabulado</i>	<i>F Cabulado</i>
Nitrógeno	1	12	0,05	4,75	2,134
Fósforo	1	12	0,05	4,75	152,836 *
Interacción	1	12	0,05	4,75	0,154

Hipótesis 3: No hay interacción entre los factores (independencia).

NO ES RECHAZADA

Hipótesis 1: No hay diferencias de rendimiento entre los dos niveles de N.

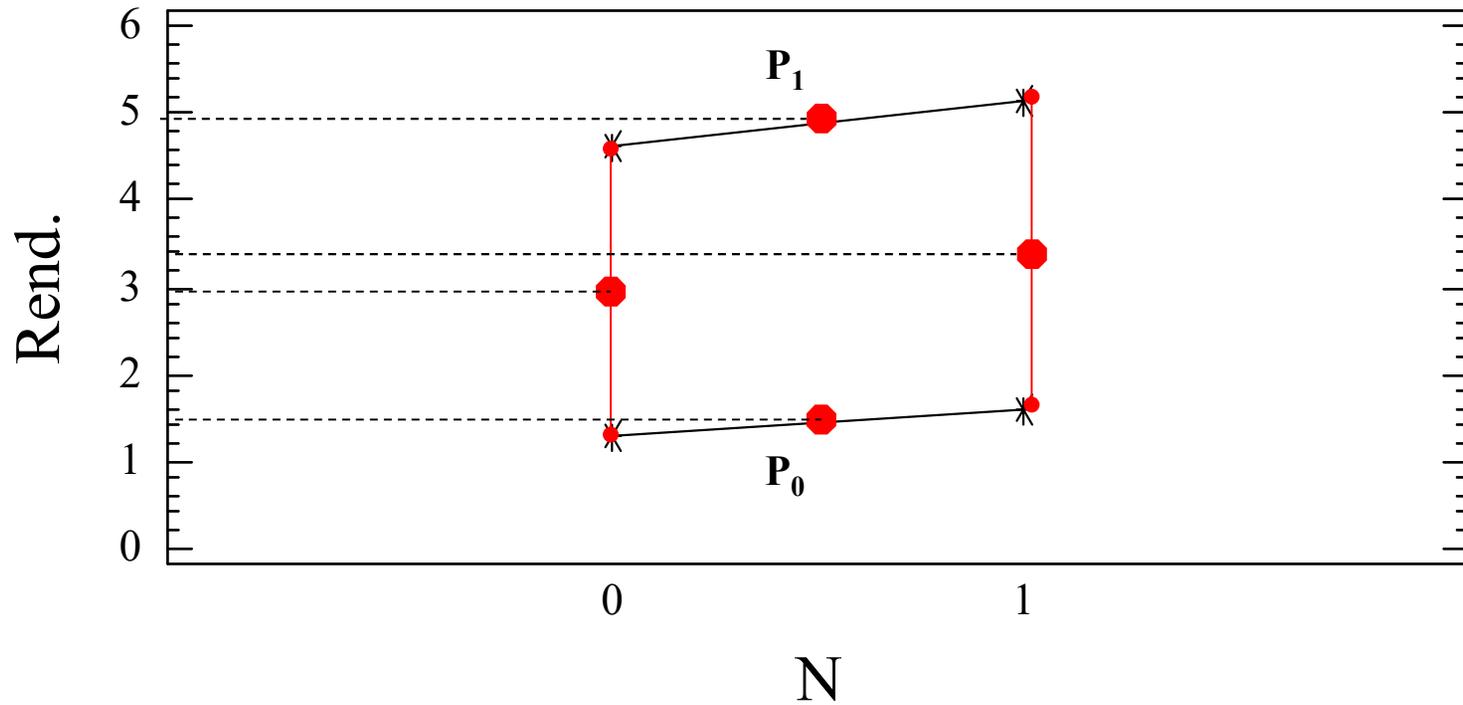
NO ES RECHAZADA

Hipótesis 2: No hay diferencias de rendimiento entre los dos niveles de P.

ES RECHAZADA



Gráfico de Interacción





Test de Tukey

$$d.m.s_{5\%} = \Delta_{5\%} = q_{5\%} \cdot \frac{S}{\sqrt{ra}} = 3,08 \frac{\sqrt{0,3939}}{\sqrt{5 \times 2}} = 0,6113$$

<u>Tratamiento</u>	<u>Media</u>	<u>Significancia</u>	<u>Significancia</u>
P₀	1,43	X	a
P₁	4,90	X	b

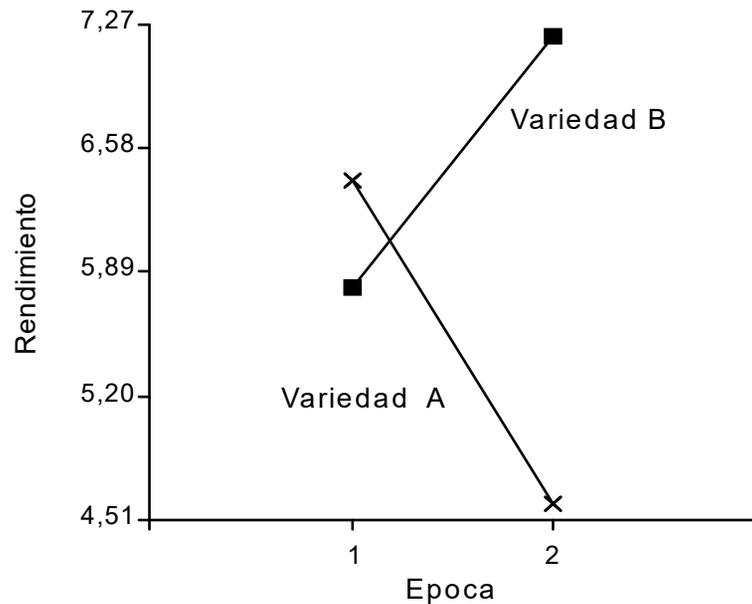


Ejemplo 3

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	18,00	3	6,00	6,00	0,0061
Variedad	5,00	1	5,00	5,00	0,0399
Epoca	0,20	1	0,20	0,20	0,6607
Variedad*Epoca	12,80	1	12,80	12,80	0,0025
Error	16,00	16	1,00		
Total	34,00	19			

Gráfico de Interacción



Tukey Alfa=0,05 DMS=1,80943

Error: 1,0000 gl: 16

Variedad	Epoca	Medias	n	
A	2,00	4,60	5	A
B	1,00	5,80	5	A B
A	1,00	6,40	5	A B
B	2,00	7,20	5	B



Ejemplo 4

Cuadro de Análisis de la Varianza

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	101,50	5	20,30	33,22	<0,0001
Hibrido	39,00	2	19,50	31,91	<0,0001
Densidad	1,50	1	1,50	2,45	0,1346
Hibrido*Densidad	61,00	2	30,50	49,91	<0,0001
Error	11,00	18	0,61		
Total	112,50	23			

Gráfico de Interacción

