Universidad Nacional de La Plata

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales

CÁLCULO ESTADÍSTICO Y BIOMETRÍA

Análisis de la Varianza I

Pruebas de hipótesis sobre dos medias

Prueba de "*t*" : comparación de 2 medias (tratamientos) con varianzas poblacionales desconocidas

$$\mathbf{H_0: \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0}$$

$$\mathbf{H_0: \mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0}$$

$$\boxed{t_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}}$$

Si $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Rightarrow t_{obs} \sim t_{(n1+n2-2)}$

$$\boxed{t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_p^2\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\cdot s_1^2 + (n_2 - 1)\cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Si $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Rightarrow t_{obs} \sim t_{(\nu)}$

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_1^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2 / n_1)^2}{n_1 + 1} + \frac{(s_2^2 / n_2)^2}{n_2 + 1}} - 2$$

Contrastar 3 o más medias $\Rightarrow$ **comparación de a pares**

<u>Inconvenientes</u>:

Engorroso y poco práctico

Aumento de error tipo I

<u>Ejemplo</u>: comparación 5 medias $\Rightarrow$ $\binom{5}{2}$ **= 10 pruebas**

$$P(\text{no rechazar } H_0/H_0 \text{ es verdadero}) = \gamma = 0{,}95^{10} = 0{,}5987$$

$\Downarrow$

$$\alpha_{Global} \cong 0{,}40$$

Regla o Ajuste de Bonferroni:

Error Tipo I para cada prueba: $\alpha = 1 - \sqrt[c]{(1-\alpha_{\text{global}})}$

donde: $c = \binom{\text{Nro.medias}}{2}$

Forma aproximada: $\alpha = \dfrac{\alpha_{\text{global}}}{c} \leq 1 - \sqrt[c]{(1-\alpha_{\text{global}})}$

en nuestro caso: $\alpha = 0{,}05/10 = 0{,}005 \; (0{,}00511)$

entonces $\alpha_{\text{global}} = 1 - (1-\alpha)^{10} = 1 - 0{,}995^{10} = 0{,}0488$

Se considera un método excesivamente conservativo sobre todo a medida que se incrementa el número de comparaciones. Tiene poca Potencia.

Diseño de Experimentos

Experimento

- Es una acción deliberada destinada a evaluar el efecto de uno o más factores sobre el comportamiento de un sistema a través de los cambios producidos en una o más variables de respuesta

- Los experimentos bien diseñados y analizados, proveen **fuerte evidencia** sobre el efecto de la manipulación de los factores involucrados.

Experimentación

- La experimentación debe considerarse como un proceso dinámico e interactivo de aproximación y validación
- No todo experimento es igualmente efectivo para destacar los efectos de los factores de interés
- El objetivo del diseño experimental es la obtención de experimentos eficientes en términos de su habilidad para exponer los efectos de los factores bajo estudio

Unidad Experimental

- *Porción de material o terreno*, un *individuo* o *grupo de individuos*, susceptible de tratamiento experimental y sobre la que se observa una respuesta

- El tamaño de la unidad experimental es usualmente una decisión arbitraria, pero afecta la calidad de la observación de la variable respuesta

Amplitud de la inferencia

- Usualmente se recomienda la utilización de unidades experimentales homogéneas para la realización de un experimento

- Esto puede limitar la extensión de la inferencia

- Entre los factores que influyen en el tamaño y la forma de la parcela, tenemos:
  - Extensión del terreno disponible.
  - Tipo de suelo.
  - Clase de cultivo.
  - Características del cultivo.

Efecto de bordura

- Es la diferencia que generalmente se presenta en el crecimiento y la producción de plantas que están en los perímetros de la parcela en relación con aquellas plantas ubicadas en la parte central. Estas diferencias pueden causar sobre-estimación o sub-estimación de los resultados de los tratamientos.

  Puede ser causado por:

- ***Vecindad de las parcelas***
- ***Competencia entre tratamientos***

Por esto se deben evaluar las plantas centrales de las parcelas, que constituyen la parcela neta experimental.

Ejemplos de unidades experimentales

- Sujeto que forma parte de un protocolo de comparación de tratamientos.
- Parcela de terreno destinada a la obtención de materia seca bajo un tratamiento.
- Alícuota de materia prima en cantidad suficiente para recibir un tratamiento
- Grupo de insectos que recibe una dosis de biocida en un ensayo para calcular la LD50
- Grupo de animales que reciben distintas raciones

Variable Respuesta

- Cuando se planifica un experimento se debe identificar la respuesta del sistema que se va a evaluar
- Las respuestas suelen llamarse variables de respuesta o simplemente dependientes
- Las variables de respuesta pueden ser cualitativas o cuantitativas
- Las observaciones de la respuesta pueden ser uni o multivariadas

Factores

- Las potenciales fuentes de variación de la variable respuesta en un sistema experimental a priori son llamadas factores.
- Los distintos estados o valores de los factores se designan niveles
- La combinación de niveles evaluados para un conjunto de factores recibe el nombre de tratamiento

Tipos de Experimentos

- EXPERIMENTOS SIMPLES: Son aquellos en los que se analiza un sólo factor, donde el conjunto de tratamientos se corresponde con los niveles del factor bajo análisis.

- EXPERIMENTO FACTORIAL: Son aquellos en los que se analizan dos o más factores, en este caso el conjunto de tratamientos a ensayar surge de la combinación de los niveles de los factores estudiados.

Error experimental

- El término error experimental se refiere a la diferencia entre el valor observado de la variable respuesta sobre una unidad experimental y su valor esperado (de acuerdo a un modelo).

- El error experimental es el responsable de la variación observada entre unidades experimentales tratadas de la misma forma.

- Existen tres fuentes principales que contribuyen al error experimental

Componentes del error experimental

- Error de medición: Variación que introduce el instrumento – procedimiento de medición.
- Error de muestreo: Variación en la respuesta debida a la heterogeneidad de las unidades experimentales.
- Error de tratamiento: Variación en la respuesta debida a los errores en la reproducción del tratamiento.

Control del error experimental

- El control del Error Experimental puede lograrse mediante:
  - Adecuada selección del diseño experimental.
  - Un análisis de la covarianza.
  - Adecuada elección del tamaño y forma de las unidades experimentales.

- Usualmente, una vez obtenido un dato experimental, no es posible identificar la magnitud de las distintas componentes que, sumadas, conforman el error experimental.

Principios básicos de la Experimentación

Repetición

Aleatorización

Bloqueo

Repetición

- Se considera repetición de un tratamiento a la aplicación de ese tratamiento a una nueva unidad experimental.
- Dado que toda observación tiene error, la única forma de estimar insesgadamente el efecto de un tratamiento es promediando sobre un conjunto de repeticiones.
- La identificación de las fuentes de error facilita obtener repeticiones genuinas de un tratamiento

Aleatorización

- Procedimiento de asignación aleatoria...
  - de los tratamientos a las unidades experimentales (distribución del error de muestreo)
  - del orden en que los tratamientos son aplicados (control sobre posibles variaciones sistemáticas en la aplicación de tratamientos)
  - del orden en que se miden las respuestas (control de variaciones sistemáticas del error de medición)

Aleatorización

- Permite obtener estimaciones insesgadas de los efectos de tratamientos distribuyendo aleatoriamente las fuentes de error a los distintos tratamientos

- Usualmente la aleatorización sólo se utiliza para la asignación de tratamientos a las unidades experimentales y en consecuencia solo controla el sesgo que pueda introducir el error de muestreo

Control Local o Bloqueo

- Aunque la aleatorización "distribuye los errores" y controla el sesgo, no elimina ni minimiza el error experimental.
- Cuando se puede reconocer una fuente sistemática de variación, entonces es posible incorporarla al modelo y descontarla del error experimental
- El bloqueo es el resultado de un reconocimiento a priori de fuentes sistemáticas de error y permite obtener experimento más eficientes
- Se deben agrupar las unidades experimentales en bloques homogéneos y luego dentro de cada bloque se asigna aleatoriamente cada tratamiento.

Modelo

- El modelo estadístico de la respuesta de un sistema experimental es una parte esencial del análisis de un experimento
- Este debe reflejar los aspectos del diseño
- El diseño debe realizarse con la perspectiva de que finalmente sus resultados puedan modelarse apropiadamente y los efectos de interés estimarse con la máxima precisión posible.

Distintos Tipos de Modelos

- MODELO I (**Efectos Fijos**): Los tratamientos son fijados por el investigador, no se efectúa una elección aleatoria. En estos casos, *las conclusiones* del análisis de la varianza, *solamente son válidos para los tratamientos usados en el experimento.*

- MODELO II (**Efectos Aleatorios**): Los tratamientos que intervienen en un experimento son elegidos al azar de una población. En estos casos, *las conclusiones* del análisis de la varianza, *son válidas tanto para los tratamientos usados así como para toda la población de tratamientos.*

- MODELO III (**Modelo Mixto**):Es la combinación de los dos anteriores, se presenta cuando algunos factores son fijados y otros son elegidos al azar.

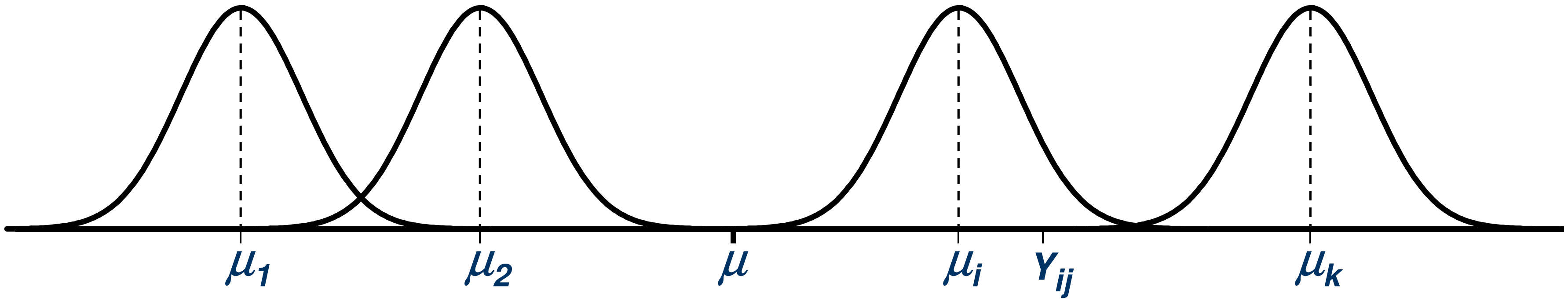
Análisis de la Varianza

- Es la técnica estadística que permite analizar la variación total de los resultados de un experimento en un diseño en particular. **Se basa en la comparación de dos "varianzas muestrales", la varianza entre tratamientos y la varianza dentro de tratamientos. Esta comparación se realiza por medio de la Prueba de "F".**

Diseño Completamente Aleatorizado (DCA)

Supuestos

Existen k poblaciones de medias μ_1 , μ_2 , ... , μ_k asociadas a los distintos niveles del factor, donde las observaciones o datos están distribuidos de manera normal e independiente, con la misma varianza para cada población.



$i = 1, 2, \ldots , k$

$j = 1, 2, \ldots , n_j$

$$y_{ij} = \mu + \underbrace{(\mu_i - \mu)}_{\text{EFECTO TRATAMIENTO}} + \underbrace{(y_{ij} - \mu_i)}_{\text{ERROR ALEATORIO}}$$

Modelo

Modelo Poblacional

$$\boxed{y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}} \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^{k} \tau_i = 0 \quad \text{y} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$$

Hipótesis

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_i = \ldots = \mu_k = \mu$

H_1: al menos una $\mu_i \neq$

H_0: $\tau_i = 0 \quad \forall\, i$

H_1: $\tau_i \neq 0$ para algún i

Modelo Muestral

$$\boxed{y_{ij} = \bar{y} + (\bar{y}_i - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_i)}$$

Descomposición de la variabilidad

$$(y_{ij} - \bar{y}) = (\bar{y}_i - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_i)$$

$$\underbrace{\sum_{i=i}^{k}\sum_{j=i}^{n}(y_{ij} - \bar{y})^2}_{SC_{Total}\ (SC_Y)} = \underbrace{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_i - \bar{y})^2}_{SC_{Trat}\ (SC_{Entre\ Grupos})} + \underbrace{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2}_{SC_{Error}\ (SC_{Dentro\ Grupos})}$$

$gl_{Total} = n.k - 1$ $\qquad$ $gl_{Trat} = k - 1$ $\qquad$ $gl_{Error} = nk - k$

Formulas de Cálculo

$$SC_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^{\;2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}\right)^2}{n.k} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^{\;2} - \frac{y_{..}^{\;2}}{n.k}$$

FC

$$SC_{Trat} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_i - \bar{y})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} y_{i.}^{\;2}}{n} - FC$$

$$SC_{Error} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}^{\;2} - \frac{\sum_{i=1}^{k} y_{i.}^{\;2}}{n}$$

Por diferencia

Tabla de ANOVA

Los resultados numéricos se presentan en la Tabla de Análisis de la Varianza que depende del tipo de experimento (simple o factorial) y del diseño experimental usado.

F.V.	gl	SC	CM	F_{obs}	F_{crit}
Trat.	*k-1*	$\frac{\sum_{i=1}^{k} y_{i.}^2}{n} - FC$	$\frac{SC_{TRAT}}{k-1}$	$\frac{CM_{TRAT}}{CM_{ERROR}}$	$F_{crit\ 5\%}$ $F_{crit\ 1\%}$
Error	*k*(*n-1*)	Diferencia	$\frac{SC_{Error}}{k(n-1)}$		
Total	*nk-1*	$\sum_{i=i}^{k}\sum_{j=i}^{n} y_{ij}^2 - FC$			

Supuestos del ANOVA

Como vimos todo Análisis de la Varianza (ANOVA) presupone la existencia de un modelo lineal, el cual debe cumplir con los siguientes supuestos:

1- ADITIVIDAD: Los factores que participan en el modelo son adictivos.

2- INDEPENDENCIA: Los errores son independientes.

3- HOMOCEDASTICIDAD: Los errores tienen la misma varianza.

4- NORMALIDAD: Los errores tienen distribución normal.

Comparaciones individuales

1. **<u>Pruebas a Posteriori</u>**

   - Prueba LSD
   - **Prueba de Tukey**
   - Prueba de Dunnett
   - Pruebas de Newman-Keuls
   - Prueba de Duncan

2. **<u>Pruebas a Priori</u>**

   - Contrastes ortogonales
   - Polinomios ortogonales

Prueba de Tukey

$$\Delta_{crit} = q_{(gl.CM_{ERROR}\,;\,k;\,1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{S}{\sqrt{r}}$$

q: se obtiene de la tabla.
s: es la raíz cuadrada del cuadrado medio del error.
r: es el número de repeticiones (DCA) o número de bloques (DBCA).

Ejemplo de Aplicación

Se ha realizado un ensayo para observar el efecto que provocan 4 raciones (A, B, C y D) en el aumento de peso en cerdos. Dado que contamos con animales relativamente homogéneos, adjudicamos al azar los tratamientos (raciones). El ensayo consta de 5 repeticiones y los resultados fueron:

	A	***B***	***C***	***D***	*Totales*
	35	40	39	27	**141**
	19	35	23	12	**89**
	31	46	20	13	**110**
	15	41	29	28	**113**
	30	33	45	30	**138**
Totales	**130**	**195**	**156**	**110**	**591**

Ejemplo de Aplicación

1) *Planteo de Hipótesis a probar*

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_i = \dots = \mu_k = \mu$

H_1: al menos una $\mu_i \neq$

2) Cálculo de las Sumas de cuadrado

$$C = \frac{\left(\sum_{i,j} Y_{ij}\right)^2}{N} = \frac{(591)^2}{4 \times 5} = 17464{,}05$$

$$SCT = \sum_{i,j} Y_{ij}^2 - C = (35^2 + \dots + 30^2 + \dots + 27^2 + \dots + 30^2) - 17464{,}05 = 1960{,}95$$

$$SCE = \frac{Y_1^2 + \cdots + Y_t^2}{r} - C = \frac{130^2 + \dots + 110^2}{5} - 17464{,}05 = 808{,}15$$

$$SCD = SCT - SCE = 1960{,}95 - 808{,}15 = 1152{,}8$$

Ejemplo de Aplicación

Fuentes de Variación	***Suma de cuadrados***	***gl***	***Cuadrados Medios***	***F Calculado***
Entre Tratamiento	808,15	3	269,38	3,74
Dentro Error Experimental	1152,8	16	72,05	
Total	1960,95	19		

3) *Obtención del F tabulado*

Para un α = 0,05; gle = 3 y gld = 16 a partir de la tabla IV (a) extraemos el valor de F tabulado, en este caso es de **3,24**

4) *Conclusión parcial*

Como el valor que corresponde al **F calculado** (3,74) es **mayor** que el correspondiente al **F tabulado** (3,24) , la **hipótesis nula es rechazada**, por lo tanto podemos concluir que existen diferencias significativas entre medias. Para detectar cuales difieren significativamente y cuales solo por el azar aplicaremos el Test de Tukey para detectar tales diferencias.

Ejemplo de Aplicación

5) *Comparaciones múltiples de medias*

<u>Test de Tukey</u> (para un nivel de significancia del 5%)
Recordar que este test nos permite comparar las medias tomadas dos a dos, es decir de a pares. Como punto de partida debemos calcular la diferencia mínima significativa (d.m.s) como:

$$d.m.s_{5\%} = \Delta_{5\%} = q_{5\%} \cdot \frac{S}{\sqrt{r}} = 4{,}05 \frac{\sqrt{72{,}05}}{\sqrt{5}} = 15{,}374$$

Donde: q se obtiene de la tabla V en función del nivel de significancia (5%), del número de tratamientos (4 en este caso) y de los grados de libertad del error (para este caso gld =16).

Ejemplo de Aplicación

6) *Conclusiones Comparaciones múltiples de medias*

Tratamiento	*Media*	*Significancia*	*Significancia*
D	22	X	a
A	26	X X	a b
C	31,2	X X	a b
B	39	X	b

Diseño en Bloques Completos al Azar (DBCA)

Principios generales

- Generalización del diseño de la prueba de "t" para datos pareados
- Factores de agrupamiento
- Homogeneidad vs. Heterogeneidad
- Aleatorización
- Efectos sobre el ANOVA

- El DBCA es una estrategia experimental para disminuir el efecto de variaciones sistemáticas entre unidades experimentales sobre la comparación de medias de tratamiento

- Tales variaciones son reconocidas a priori de realizar el experimento. Un bloque es un grupo de unidades experimentales homogéneas.

- El DBCA representa una restricción a la aleatorización, los tratamientos son aleatorizados por bloques.

- El número de repeticiones puede o no coincidir con el número de bloque (Bloques completos o incompletos)

Aleatorización

Bloques →	b_1	b_2	b_3	b_4
	T2	T1	T3	T1
	T1	T3	T2	T2
	T3	T2	T1	T3

Restricción →

Factores frecuentes de agrupamiento:

En animales por raza, sexo, categoría, edad, etc.

En invernáculos por fuente de luz, de calor, de humedad, etc.

Modelo - Supuestos

$$\boxed{y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}}$$

$i = 1, 2, \ldots, k$
$j = 1, 2, \ldots, b$

Siendo **k** el número de tratamientos y **b** el número de bloques

Con :

$E_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$ $\sigma^2 = \text{cte.} \; \forall \; i,j$

τ_i y β_j aditivos

Además :

$$\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$$

Hipótesis – Tabla de ANOVA

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k$

H_1 : Al menos una $\mu_i \neq$ de otra

$\Rightarrow$

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0$

H_1 : Al menos un $\tau_i \neq 0$

F.V.	g.l.	S.C.	C.M.	F obs.	F. critico
Tratamiento	k - 1	SCE	$\frac{SCE}{glt}$	$\frac{CME}{CMD}$	$Fc_{1\%}$ $Fc_{5\%}$
Bloque	b - 1	SCB	$\frac{SCB}{glb}$		
Error	(k - 1) x (b – 1)	SCD	$\frac{SCD}{gld}$		
Total	(k x b) -1	SCT			

Tabla de datos – Cálculos

		Bloque				Total
		b₁	**b₂**	**...**	**bⱼ**	
Tratamiento	**t₁**	y_{11}	y_{12}	...	y_{1j}	$y_{1.}$
	t₂	y_{21}	y_{22}	...	y_{2j}	$y_{2.}$
	.	.	.	...	.	.
	.	.	.	...	.	.
	.	.	.	...	.	.
	kᵢ	y_{i1}	y_{i2}	...	y_{ij}	$y_{i.}$
Total		$y_{.1}$	$y_{.2}$	...	$y_{.j}$	$y_{..}$

$$SCT = \sum y_{ij}^2 - \frac{(y_{..})^2}{N}$$

FC

$$SCE = \frac{\sum y_{i.}^2}{b} - FC$$

$$SCB = \frac{\sum y_{.j}^2}{k} - FC$$

$$SCD = SCT - SCE - SCB$$

Ejemplo

- Se desea realizar un ensayo comparativo de rendimiento sobre 4 mezclas forrajeras con 5 repeticiones por mezcla. El campo experimental en el cual se montará el ensayo presenta una notoria pendiente en un sentido. Las unidades de la variable respuesta serán Kg./parcela.

Ejemplo: Cálculo Suma de Cuadrados

Mezclas Forrajeras	Bloques					Total	Media
	1	2	3	4	5		
A	7,9	9,8	11,1	7,9	11,5	**48,2**	**9,64**
B	11,3	12,5	13,2	12,8	12,6	**62,4**	**12,48**
C	8,2	8,4	7,1	9,9	10,3	**43,9**	**8,78**
D	13,5	13,2	15,3	10,5	16,2	**68,7**	**13,74**
Total	**40,9**	**43,9**	**46,7**	**41,1**	**50,6**	**223,2**	**11,16**

$$SCT = \sum y_{ij}^2 - \frac{(y_{..})^2}{N} = 7{,}9^2 + \ldots + 16{,}2^2 - \frac{(223{,}2)^2}{20} = 121{,}77 \quad \Rightarrow \quad FC = 2490{,}91$$

$$SCE = \frac{\sum y_{i.}^2}{b} - FC = \frac{48{,}2^2 + \ldots + 68{,}7^2}{5} - FC = 81{,}87$$

$$SCB = \frac{\sum y_{.j}^2}{k} - FC = \frac{40{,}9^2 + \ldots + 50{,}6^2}{4} - FC = 16{,}71$$

$$SCD = SCT - SCE - SCB = 121{,}77 - 81{,}87 - 16{,}71 = 23{,}19$$

Ejemplo: Hipótesis y ANOVA

$H_0 \; : \; \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$

$H_1 \; :$ Al menos una $\mu \neq$ de otra

F.V.	g.l.	S.C.	C.M.	F obs.	F. Critico (5%)
Tratamiento	3	81,87	27,29	14,14 *	3,49
Bloque	4	16,71	4,18		
Error	12	23,19	1,93		
Total	19	121,77			

Conclusión del ANOVA:

Como el valor del F observado es mayor que el correspondiente al F critico, la hipótesis nula es rechazada (para un nivel de significancia del 5%), por lo tanto podemos concluir que hay al menos una media que difiere de otra.

Para detectar cuales difieren significativamente y cuales solo por el azar debemos aplicar un test de comparación múltiple de medias.

Ejemplo: Tukey

$$d.m.s_{5\%} = q_{5\%} \times \frac{S}{\sqrt{r}} \quad \Rightarrow \quad d.m.s_{5\%} = 4{,}20 \times \frac{\sqrt{1{,}93}}{\sqrt{5}} = 2{,}609$$

Comparación	Diferencia	Comparación	Diferencia
D – B	1,26	**B – A**	2,84 *
D – A	4,1 *	**B – C**	3,7 *
D – C	4,96 *	**A – C**	0,86

Tratamiento	Media	Significancia	Significancia	Significancia
C	8,78	b		x
A	9,64	b		x
B	12,48	a		x
D	13,74	a		x

CONCLUSIÓN FINAL:

La prueba de Tukey para un nivel de significancia del 5% indica que las únicas diferencias no significativas están dadas por la comparaciones D-B y A-C, como consecuencia hay dos grupos de mezclas forrajeras. Un grupo de mayor rendimiento formado por las mezclas D y B y otro de menor formado por las mezclas A y C.

Diseño de Cuadrado Latino (CL)

- Condiciones que conducen a la selección de un diseño en cuadrado latino
- Modelo lineal
- Suposiciones

- El DCL es una estrategia experimental para disminuir el efecto de la heterogeneidad en el suelo, en dos sentidos.
- El numero de parcelas es un cuadrado perfecto, surge de elevar al cuadrado el numero de tratamientos.
- El DCL representa dos restricciones a la aleatorización, los tratamientos son aleatorizados teniendo en cuenta la fila y la columna.
- El número de tratamientos debe coincidir con el número de filas y de columnas.

El modelo

Efectos de tratamiento

Efectos de la fila

Efectos de la columna

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \alpha_k + \varepsilon_{ijk}$$

$$i=1,\ldots,a;\ j=1,\ldots,f;\ k=1,\ldots.c$$

a: número de tratamientos,
f: número de filas
c: número de columna