
Planificación del Manejo al Nivel de Bosque: Técnicas Actuales

Clutter JL, Fortson JC, Pienaar LV, Brister GH & RL Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. Chapter 10 – Forest-level management planning: current techniques: 272-307. John Wiley & Sons, New York. La presente traducción tiene fines exclusivamente didácticos. Pablo Yapura. Nota: en el texto se han insertado vínculos a las tablas y estas se han ordenado al final del documento; el nombre de las tablas también ha sido vinculado para volver a la primera mención de la tabla en el texto.

El vehículo para la implementación de la planificación del manejo a nivel de bosque es un documento conocido como *plan de cosechas* o *plan de cortas* (N. del T.: *calendario* hubiera sido una traducción más literal que *plan*) Este documento enumera los rodales a ser cortados durante cada año del período de planificación que se extiende algún número de años especificados en el futuro. En el mencionado plan se incluye información sobre el tipo e intensidad de las intervenciones propuestas para cada rodal con un calendario para regenerar áreas actualmente improductivas y los rodales en los que se programaron tala rasas subsecuentes. Tanto las características operativas del bosque (e.g. el volumen de corta anual, los flujos de caja anuales, la distribución de las clases de edad en cualquier año dado), como la estructura terminal del bosque que existirá al final del período de planificación, son resultados directos de las actividades especificadas en el plan de cortas. El grado en el cual cualquier bosque dado satisfará los objetivos del propietario depende, en consecuencia, fuertemente del plan de cortas empleado para manejar el bosque.

Con anterioridad a la disponibilidad de técnicas de desarrollo reciente, la preparación del plan de cortas estaba estrechamente vinculada al concepto de bosque meta, y la elección final de una secuencia especificada de intervenciones estaba fuertemente influida por la estructura definitiva del bosque meta. Los procedimientos actuales para la preparación de planes de cortas generalmente no incluyen ningún tipo de objetivos estructurales, de largo plazo o estados-estables y, en cambio, están más interesados en las características que el bosque tendrá en el futuro inmediato más que en el distante. Las técnicas contemporáneas de planificación de las cortas asumen que tales problemas pueden expresarse como sigue (Ware y Clutter, 1971):

1. El objetivo final del manejo forestal es maximizar las utilidades del bosque para su propietario. Para propietarios orientados por la renta, este objetivo equivale usualmente a maximizar el valor actual de los flujos de caja futuros.
2. Ciertas consideraciones restringen la selección de una estrategia para conseguir este objetivo por parte del responsable del manejo. Tales consideraciones pueden reflejar restricciones de factibilidad práctica (e.g. la estabilidad en las cortas anuales y en los flujos de caja) o pueden ser impuestos como consecuencia de políticas del propietario (e.g. el rendimiento sostenido indeclinante para los Bosques Nacionales -N. del T.: los Bosques Nacionales conforman un sistema de tierras públicas de más de 75 Mha administradas por el gobierno federal de EUA-).

Cualquier problema que implique una optimización sujeta a restricciones se conoce como un *problema de programación matemática*. En las tres últimas décadas se han logrado grandes progresos en el desarrollo de procedimientos eficientes para la solución de problemas de

programación matemática. Ahora existen técnicas particularmente efectivas para una subclase de ellos conocidos como *problemas de programación lineal*¹. La implementación práctica de estas técnicas depende casi totalmente de la disponibilidad de modernos equipos de computación de alta velocidad.

10.1 LA PLANIFICACIÓN AL NIVEL DE BOSQUE COMO UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL

A pesar de que el procedimiento símplex para resolver problemas de programación lineal² se desarrolló durante la década de 1940 (Dantzig, 1951), sus aplicaciones prácticas estaban inicialmente limitadas por la cantidad de cálculos necesarios para la resolución de problemas de tamaño realista. Sin embargo, con la disponibilidad de equipos de cómputo mejorados en los últimos años de los 50 y 60, se identificaron e implementaron técnicas de aplicación de programación lineal en una variedad de campos aplicados. Varios trabajos publicados durante los años 60 sugirieron posibles abordajes para resolver problemas de planificación al nivel de bosque con métodos de programación lineal (*e.g.* Curtis, 1962; Donnelly et al., 1963; Leak, 1964; Loucks, 1964; Wardle, 1965; Kidd et al., 1966; Liittschwager y Tchong, 1967; Nautiyal y Pearse, 1967; Navon y Mc Connen, 1967).

Dos enfoques bastante generales de modelos de planificación de las cortas basados en la programación lineal eventualmente emergieron. Uno de ellos, conocido como Timber RAM (*Resource Allocation Model*), fue desarrollado por el *U.S. Forest Service* (Navon, 1971) para planificación de las cortas en los Bosques Nacionales del oeste (N. del T.: el *U.S. Forest Service* es la agencia del gobierno federal norteamericano que administra los Bosques Nacionales). El segundo sistema, MAX-MILLION, fue desarrollado en la Universidad de Georgia en colaboración con varios cooperantes industriales (Clutter, 1968; Ware y Clutter, 1971). Timber RAM sirvió como prototipo para varias generaciones de modelos del *U.S. Forest Service*, el más reciente de los cuales es el sistema FORPLAN (*Forest Planning*) (Johnson et al., 1980). MAX-MILLION ha sido implementado con varias modificaciones por industrias forestales interesadas

1 Todos los problemas de programación lineal presentan la siguiente estructura.
Maximizar o minimizar

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n &\leq b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n &\leq b_m \end{aligned}$$

con $X_j \geq 0$ ($\forall j=1, 2, \dots, n$). Aunque se usó la notación $\leq$, las restricciones pueden ser indistintamente del tipo $\leq, \geq$ o $=$.

- 2 El procedimiento símplex implica la aplicación iterativa de un interesante algoritmo. Si una solución candidata a un problema formulado apropiadamente se utiliza como insumo del algoritmo, este puede: (1) producir como resultado una nueva solución candidata con igual o mejor valor de Z o, (2) concluir que la solución candidata es la óptima. Una solución candidata debe satisfacer las restricciones y posee otras propiedades matemáticas determinadas. Existe un procedimiento computarizado para generar una solución candidata inicial. Se puede demostrar que la aplicación repetitiva del algoritmo símplex, empleando la solución producida por una iteración como inicio de la próxima iteración, debe eventualmente conducir a la solución óptima.

en el sudeste, en los Grandes Lagos, en California continental y en el Noroeste Pacífico. A pesar de que las estructuras matemáticas de Timber RAM y MAX-MILLION son bastante similares, hay considerables diferencias entre los dos en cuanto a la información que requieren y los contenidos de sus reportes. En gran medida, estas diferencias se deben al hecho de que uno de los modelos se desarrolló para su aplicación en el sector forestal público, mientras que el otro se orientó al uso por parte de las industrias forestales.

Los restantes tópicos de esta sección discuten los conceptos involucrados en el desarrollo de un modelo de planificación de las cortas basado en la programación lineal del tipo ejemplificado por Timber RAM y MAX-MILLION. A pesar de que la mayor parte de la presentación es igualmente aplicable tanto a Timber RAM como a MAX-MILLION, se mencionan unas pocas variantes que, en nuestro conocimiento, solamente fueron implementadas en versiones de MAX-MILLION que son propiedad individual de ciertas compañías. La terminología usada es básicamente la que se empleó en Ware y Clutter (1971).

10.1.1 Especificación de Regímenes de Manejo³

El concepto de *régimen de manejo* es un componente clave en la formulación de problemas de planificación de las cortas. Básicamente, cada régimen de manejo define una estrategia que implica una serie de cosechas y prácticas silvícolas que se pueden implementar durante el período de planificación. Por la naturaleza de largo plazo de las actividades forestales, usualmente no es deseable desde el punto de vista conceptual, ni computacionalmente factible, planificar las cosechas y prácticas silviculturales por períodos tan cortos como 1 año. En cambio, el período de planificación se divide en p componentes denominados períodos de corta. El período de planificación se define para n años de duración y, en la práctica, los valores empleados para n son típicamente 1,5 a 2 veces la duración típica de una rotación para los tipos forestales que se manejan. Los períodos de corta pueden ser de distinta duración, en cuyo caso la duración del período de corta j se representa por m_j , siendo

$$n = \sum_{j=1}^p m_j \quad (10.1)$$

(Si todos los períodos de corta tienen una duración común de m años, entonces $n = mp$).

Se asume que todas las cosechas y actividades silvícolas (*e.g.* fertilización, raleos precomerciales, preparación del sitio, plantación) ocurren en el punto medio del período de cortas. Entonces, se asume que una cosecha o actividad cultural planificada para realizarse en algún período particular j' ($j' \leq p$) ocurrirá dentro de $y_{j'}$ años, siendo

$$y_{j'} = \sum_{j=1}^{j'-1} m_j + (m_{j'}/2) \quad (10.2)$$

(si todos los $m_j = m$, ($j = 1, 2, \dots, p$), entonces $y_{j'} = m(j'-1) + m/2$). Cualquier patrón único de cosechas y actividades silviculturales por períodos de corta constituye un régimen de manejo. La

3 En la planificación del U.S. Forest Service, los regímenes de manejo se denominan *prescripciones*.

[tabla 10.1](#) muestra varios ejemplos de regímenes de manejo para una situación que contempla ocho períodos de corta. Las actividades de cosecha consideradas son:

C = tala rasa seguida de preparación del sitio y plantación.

T = raleo según algún patrón especificado (*e.g.* remoción del 30% del volumen en un raleo por lo bajo).

Las actividades silviculturales involucradas son:

F = fertilización de acuerdo con algún tratamiento especificado.

P = raleo precomercial con algún número especificado de árboles por acre como remanente.

El régimen 1, por ejemplo, implica la tala rasa seguida de preparación del sitio y plantación en el período 1, un raleo precomercial en el período 2, seguido en el período 6 por otra tala rasa con la subsecuente preparación del sitio y plantación. En comparación, el régimen 4 prevé la tala rasa y regeneración en los períodos 1 y 6, fertilización y raleo precomercial en el período 2 y un raleo comercial en el período 4.

Puesto que los regímenes incluidos en la [tabla 10.1](#) se dan sólo a modo de ejemplo de la variedad de posibles patrones, no se incluyeron todos los regímenes posibles. Sin embargo, en cualquier aplicación actual, el conjunto de regímenes de manejo debería incluir todas las estrategias pertinentes posibles. Por ejemplo, considérese la situación de manejo más simple en la que la única actividad contemplada es la tala rasa seguida por la preparación del sitio y plantación. Además supóngase lo siguiente:

1. La duración del período de planificación es de 32 años.
2. El período de planificación se divide en ocho períodos de corta de cuatro años de duración cada uno.
3. La duración de la rotación mínima subsecuente es de 20 años.

En la [tabla 10.2](#) se muestran todos los regímenes de manejo posibles para esta situación, donde, como antes, C indica tala rasa seguida de preparación del sitio y plantación. Por ejemplo, el régimen 1 prevé la cosecha del rodal existente en el punto medio del período de corta 1 (*i.e.* dentro de dos años). El rodal establecido con posterioridad a esta cosecha será cortado a tala rasa en el punto medio del período 6 (*i.e.* dentro de 22 años). El rodal existente al final del período de planificación tendrá 10 años de edad, si se asume que la regeneración también se realiza en el medio del período 6. Si existen retrasos en la regeneración, el rodal aún puede ser considerado como un rodal de la clase de edad de 10 años (implicando 10 años desde la última cosecha) y el retraso en la regeneración puede incorporarse a la tabla de producción (*e.g.* los rodales en la clase de 10 años de edad pueden actualmente usar el rendimiento por acre de los rodales de 8 años de edad).

10.1.2 Unidades de Corta

Con propósitos de manejo, los bosques típicamente se subdividen en áreas mutuamente excluyentes y geográficamente identificables. Varios nombres se emplean para estas unidades básicas de manejo (*e.g.* compartimientos, áreas de trabajo, unidades de manejo). De aquí en

adelante serán denominadas *unidades de corta* (el término equivalente en el *U.S. Forest Service* es *áreas de análisis*). Varios métodos para la creación de unidades de corta son de uso común:

1. Cada rodal existente en la actualidad constituye una unidad de corta.
2. Las unidades de corta se crean consolidando rodales geográficamente contiguos que, después de la intervención inicial son manejados como un solo rodal. Los rodales existentes involucrados en la consolidación pueden diferir considerablemente en especies, densidades y, hasta cierto grado, en edad. Sin embargo, se asume que los rodales subsecuentes consolidados son suficientemente homogéneos como para ser manejados como un rodal individual.
3. Las unidades de corta se crean reuniendo rodales semejantes, aunque no contiguos, los cuales están lo suficientemente próximos geográficamente como para ser manejados como una unidad simple.
4. Las unidades de corta se constituyen por combinación de rodales semejantes a través de toda la propiedad. En esta situación, una unidad de corta individual podría contener todos los rodales de *Pinus elliottii* plantado con $18 \leq \text{edad} \leq 20$, $61 \leq \text{índice de sitio} \leq 65$ y $401 \leq \text{número de árboles por acre} \leq 500$. A las unidades de corta así constituidas se las suele referir significativamente como *estratos forestales*.

La aplicación de uno de estos procedimientos, o una combinación de ellos, a cualquier bosque particular resulta en una subdivisión del mismo en N unidades de corta. Entonces, el desarrollo de un plan de cosechas es la asignación de un régimen de manejo a cada unidad de corta. Si cada unidad de corta pudiera ser tratada como una situación de decisión independiente, el problema se reduciría a la planificación del manejo al nivel de rodal y las asignaciones óptimas podrían desarrollarse, directamente, por análisis económico de cada régimen aplicable a cada unidad de corta. Sin embargo, si operan restricciones en el nivel de bosque, tal abordaje es inadecuado y se deben emplear otros procedimientos para realizar las asignaciones. La magnitud del problema considerado puede evidenciarse notando que, si se emplean M regímenes de manejo hay M elecciones posibles para la unidad de corta 1, M elecciones posibles para la unidad de corta 2, ..., y M elecciones posibles para la unidad de corta N . Entonces, se pueden realizar M^N asignaciones diferentes de regímenes de manejo a las unidades de corta (para $M=15$ y $N=50$, $M^N=6,38 \times 10^{58}$). De los M^N planes de cosecha posibles, algunos cumplirán todas las restricciones operativas y otros no. El problema implica, en consecuencia, identificar el conjunto de planes que satisfagan las restricciones y seleccionar, de este conjunto, el plan que sea económicamente más deseable.

10.1.3 Evaluación de los Regímenes de Manejo

Para cualquier unidad de corta dada, algunos regímenes producen resultados económicos más favorables que otros. Por ejemplo, una unidad de corta que contenga una plantación precomercial bien poblada no debería manejarse con un régimen que implique su tala rasa en el período de corta 1. La superioridad de cada régimen de manejo aplicado a cada unidad de corta particular puede evaluarse con un análisis de flujos de caja descontados.

Los componentes principales del ingreso en este análisis surgen de los rendimientos predichos en las cosechas. Los rendimientos predichos en las cosechas del rodal inicialmente existente puede obtenerse del conocimiento del tipo forestal, del índice de sitio y de la densidad inicial del rodal.

Los rendimientos predichos para las cosechas de los rodales subsecuentes se pueden calcular a partir de consideraciones especificadas sobre la naturaleza de dichos rodales (especies, densidades iniciales de plantación o área basal esperada a partir de la regeneración natural en alguna edad establecida) y del tiempo transcurrido desde la última tala rasa. Los programas de mensura empleados en algunos sistemas de planificación de las cosechas predicen rendimientos por *clases de producto* en lugar del volumen global total. Las clases de producto generalmente representan una separación del volumen total en clases de tamaño por especies.

Los rendimientos periódicos estimados deben multiplicarse por valores apropiados por unidad de volumen para obtener los ingresos brutos por período de corta. Si el bosque considerado vende madera en pie, los valores por unidad de volumen deberían ser los precios esperados del monte en pie. Por otra parte, si el bosque provee materia prima para su procesamiento en el aserradero propiedad de la organización, entonces los valores usados deberían reflejar el valor de la materia prima para la industria considerada. Los valores por unidad empleados en esta situación son conocidos como *precios de transferencia*. Si ciertas clases de producto producen mayores utilidades en el aserradero, el hecho debería ser reconocido en la especificación de los precios de transferencia, de manera que los procedimientos de planificación de las cosechas puedan reconocer las ventajas económicas asociadas con el procesamiento de estas categorías de madera. Para cada régimen, los ingresos brutos por período de corta se combinan con los costos silviculturales incurridos en cada período para obtener flujos netos de caja por período de corta. Dependiendo de las circunstancias, estos flujos netos de caja pueden calcularse sobre una base pre o posimpositiva.

Otro componente importante que debe considerarse en la evaluación de cada régimen de manejo es el valor terminal de las tierras y las existencias de madera al final del período de planificación. Algunas firmas abordan este problema asumiendo una venta hipotética al final del período de planificación y especificando el precio de venta que esperarían recibir. Una segunda alternativa implica los métodos descriptos en la Sección 8.5 luego de establecer los siguientes supuestos:

1. Si la edad del rodal existente al final del período de planificación es mayor o igual que la rotación económicamente óptima, el rodal se cortará al final del período de planificación.
2. Si la edad del rodal existente al final del período de planificación es menor a la rotación económicamente óptima Si la edad del rodal al final del período de planificación es menor que la rotación económicamente óptima, el rodal se cortará cuando alcance la edad de la rotación económicamente óptima.
3. Después de cosechar el rodal existente al final del período de planificación, la unidad de corta se usará para el crecimiento de una serie continua de rotaciones, cosechando cada una a la edad de la rotación económicamente óptima. En consecuencia, después de cosechar el rodal existente al final del período de planificación, el valor de todos los flujos futuros de caja será igual al valor potencial del suelo.

Con este segundo abordaje, el valor terminal de suelo y vuelo para el régimen de manejo k se puede calcular con:

$$VT_k = \frac{INTH_k + VPS + (T/i)}{(1+i)^{a_k}} \quad (10.3)$$

donde:

- VT_k = valor por acre (ya sea antes como después de impuestos) del suelo y vuelo existente al final del período de planificación (excluyendo los costos anuales administrativos e impositivos), para el régimen k .
- $INTH_k$ = ingreso neto por acre (ya sea antes como después de impuestos) de la cosecha del rodal existente al final del período de planificación.
- VPS = valor potencial del suelo (ya sea antes como después de impuestos) de la unidad de corta que se está evaluando.
- T = costos anuales por acre administrativos e impositivos *ad valorem* (ya sea antes como después de impuestos).
- i = tasa de descuento.
- a_k = número de años que deben transcurrir entre el final del período de planificación y la cosecha del rodal existente al final del período de planificación, para el régimen k .

Si ROE es la rotación económicamente óptima y A_k es la edad del rodal existente al final del período de planificación con el régimen k , la determinación de a_k se puede realizar como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Si } A_k \geq ROE, & \text{ entonces } a_k = 0 \\ \text{Si } A_k < ROE, & \text{ entonces } a_k = ROE - A_k \end{aligned}$$

El componente final del valor del régimen de manejo surge de los gastos anuales administrativos e impositivos *ad valorem*. Este componente se incluye más fácilmente como el valor de la perpetuidad T/i (esto demanda la inclusión del término T/i en la ecuación (10.3) para cancelar el término negativo T/i incluido en el valor potencial del suelo).

Los componentes mencionados ahora pueden ser combinados en una sola fórmula para calcular el valor actual de los flujos de caja producidos por la implementación del régimen k en la unidad de corta bajo consideración. El resultado es:

$$VA_k = \sum_{j=1}^p \frac{INH_{jk} - EN_{jk}}{(1+i)^{y_j}} + \frac{VT_k}{(1+i)^n} - \frac{T}{i} \quad (10.4)$$

donde:

- VA_k = valor actual por acre de los flujos de caja generados por la implementación del régimen de manejo k .
- INH_{jk} = ingresos netos por acre de las cosechas en el período j si se adopta el régimen k .
- EN_{jk} = egresos netos por acre de las prácticas silvícolas en el período j si se adopta el régimen k .
- VT_k = valor por acre del suelo y vuelo existente al final del período de planificación para el régimen k .

- T = costos anuales administrativos e impositivos *ad valorem*.
 p = número de períodos de corta considerados.
 i = tasa de descuento.
 y_j = número de años entre el comienzo del período de planificación y el punto medio del período de corta j .
 n = número de años del período de planificación

Un problema de ejemplo detallado que ilustra la aplicación de esta fórmula se incluyó en la Sección 10.2.

10.1.4 Formulación del Modelo I de Programación Lineal

Johnson y Scheurman (1977) han clasificado los distintos abordajes de programación lineal para la planificación de las cosechas en dos tipos básicos conocidos como Modelo I y Modelo II. Los conceptos desarrollados previamente en esta sección se aplican más directamente a la formulación del Modelo I. De los diferentes sistemas de planificación de las cosechas con el Modelo I, MAX-MILLION y Timber RAM son probablemente los mejor conocidos y más ampliamente usados. La estructura básica de la formulación del Modelo I de programación lineal se describirá en el resto de esta sección. La formulación del Modelo II será discutida en la Sección 10.3.

La formulación del Modelo I implica el uso de las siguientes cantidades desarrolladas durante el análisis de los rendimientos y valores económicos asociados con la posible adopción de cada régimen de manejo en cada unidad de corta:

- N = número de unidades de corta.
 M = número de regímenes de manejo.
 p = número de períodos de corta.
 A_i = número de acres contenidos en la unidad de corta i .
 X_{ik} = número de acres de la unidad de corta i que se asignan al régimen de manejo k .
 D_{ik} = valor actual por acre de la unidad de corta i si se adopta el régimen de manejo k .
 V_{ijk} = volumen por acre cosechado de la unidad de corta i en el período j si se adopta el régimen de manejo k ⁴.
 F_{ijk} = flujo de caja neto por acre de la unidad de corta i en el período j si se adopta el régimen de manejo k .
 H_{ijk} = número de acres en los cuales ocurren actividades de cosecha en la unidad de corta i en el período j si se adopta el régimen de manejo k .
 R_{ijk} = número de acres en los cuales ocurren actividades de regeneración en la unidad de

4 Si se involucran los rendimientos por clases de producto, este debería aparecer como V_{ijkl} = volumen por acre de la clase de producto por l cosechado de la unidad de corta i en el período j si se adopta el régimen de manejo k .

Entonces se podrían especificar restricciones de volumen separadas por clases de producto.

corta i en el período j si se adopta el régimen de manejo k .

Para los subíndices usados arriba:

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, N \\ j &= 1, 2, \dots, p \\ k &= 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

Algunos análisis de planificación de las cosechas pueden requerir toda la información definida arriba, mientras que otros sólo usarán un subconjunto de ellos.

Con las magnitudes arriba definidas, la función objetivo que se debe maximizar es:

$$Q = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M D_{ik} X_{ik} \quad (10.5)$$

donde Q representa el valor actual de todos los flujos de caja futuros que producirá el bosque considerado. Las restricciones impuestas pueden representar valores máximos y mínimos por períodos para los acres cosechados, los acres regenerados, los volúmenes cosechados y los flujos de caja generados. También se deben proveer restricciones para forzar que el total de acres asignados a los regímenes de manejo sean iguales a la superficie especificada de la unidad de corta. Estas últimas restricciones serán referidas como *restricciones sumatorias de las unidades*. Fórmulas correctas para expresar estas distintas restricciones son:

1. Restricción sumatoria de la unidad para la unidad de corta i :

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = A_i \quad (10.6)$$

donde A_i es el número de acres contenidos en la unidad de corta i . Se debe proveer una restricción de este tipo para cada unidad de corta ($i=1, 2, \dots, N$).

2. Restricciones del área de cosecha para el período de corta j ,
 - a. Área de cosecha máxima:

$$\sum_{i=1}^N A_i^{-1} \sum_{k=1}^M H_{ijk} X_{ik} \leq HMAX_j \quad (10.7)$$

- b. Área de cosecha mínima:

$$\sum_{i=1}^N A_i^{-1} \sum_{k=1}^M H_{ijk} X_{ik} \geq HMIN_j \quad (10.8)$$

Si se desea, se pueden proveer ambas restricciones de este tipo, tanto del máximo como del mínimo, para cada período de corta ($j=1, 2, \dots, p$).

3. Restricciones del área de regeneración para el período de corta j ,
 a. Área de regeneración máxima:

$$\sum_{i=1}^N A_i^{-1} \sum_{k=1}^M R_{ijk} X_{ik} \leq RMAX_j \quad (10.9)$$

- b. Área de regeneración mínima:

$$\sum_{i=1}^N A_i^{-1} \sum_{k=1}^M R_{ijk} X_{ik} \geq RMIN_j \quad (10.10)$$

Si se desea, se pueden incluir ambas restricciones de este tipo, tanto del máximo como del mínimo, para cada período de corta ($j=1, 2, \dots, p$) .

4. Restricciones del volumen de cosecha para el período de corta j ,
 a. Volumen de cosecha máximo:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} \leq VMAX_j \quad (10.11)$$

- b. Volumen de cosecha mínimo:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} \geq VMIN_j \quad (10.12)$$

Se pueden incluir ambas restricciones de este tipo, tanto del máximo como del mínimo, si se desea, para cada período de corta ($j=1, 2, \dots, p$) .

5. Restricciones del flujo de caja para el período de corta j ,
 a. Flujo de caja máximo:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M F_{ijk} X_{ik} \leq FMAX_j \quad (10.13)$$

- b. Flujo de caja mínimo:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M F_{ijk} X_{ik} \geq FMIN_j \quad (10.14)$$

Se pueden incluir ambas restricciones de este tipo, tanto del máximo como del mínimo, si se desea, para cada período de corta ($j=1, 2, \dots, p$) .

Las magnitudes que aparecen a la derecha de las ecuaciones (10.7) a (10.14) se definen como sigue:

$HMAX_j$ = área de cosecha máxima permitida en el período de corta j .
 $HMIN_j$ = área de cosecha mínima permitida en el período de corta j .
 $RMAX_j$ = área de regeneración máxima permitida en el período de corta j .
 $RMIN_j$ = área de regeneración mínima permitida en el período de corta j .
 $VMAX_j$ = volumen de cosecha máximo permitido en el período de corta j .
 $VMIN_j$ = volumen de cosecha mínimo permitido en el período de corta j .
 $FMAX_j$ = flujo de caja máximo permitido en el período de corta j .
 $FMIN_j$ = flujo de caja mínimo permitido en el período de corta j .

Quien realice el análisis del bosque particular bajo estudio debe asignar valores a estas magnitudes. Pocos análisis requieren todas las restricciones mostradas en las ecuaciones (10.7) a (10.14) y, en la mayoría de los casos, sólo se considera un pequeño subconjunto de las restricciones posibles.

El tamaño del problema de programación lineal definido por las ecuaciones antedichas está determinado por el número de unidades de corta (N) consideradas, el número de regímenes de manejo (M) especificados y el número de períodos de corta (p) usado. El número de variables de decisión implicadas es igual al producto de N por M . Un total de N restricciones de sumatoria de las unidades se implicarán siempre. El número de restricciones adicionales presentes depende de cuantas restricciones de las presentadas en las ecuaciones (10.7) a (10.14) se incluyan y de la especificación de máximos y mínimos, en todos los períodos de corta o solamente en algunos. Si se incluyen todas las restricciones especificadas previamente para cada período de corta, el número total de restricciones del problema será igual a $N + 8p$ ⁵. Problemas con 500 restricciones y 30.000 variables de decisión se pueden manipular rutinariamente con los modernos equipos de cómputo disponibles en la actualidad. Sin embargo, los costos que implica el procesamiento de una tarea de esta magnitud pueden ser significativos (varios cientos de dolares o más, dependiendo de las particularidades del problema considerado).

Los sistemas de planificación de las cosechas con la estructura del Modelo I se componen con tres programas de computadora relacionados. El primero de ellos es el *generador de matrices*. Este programa acepta información inventarial y económica como datos de entrada, calcula las magnitudes de A_i , D_{ik} , V_{ik} , F_{ik} , H_{ik} y R_{ik} , y transfiere estos datos junto a aquellos especificados por el usuario, como N , M , p , $HMAX_j$, $HMIN_j$, ..., $FMIN_j$, al programa de la segunda fase. El segundo componente es usualmente un programa para resolver problemas de programación lineal. Este programa acepta la entrada preparada en el programa de la primera fase y entonces calcula y entrega los valores óptimos para las variables de decisión X_{ik} . El programa final se denomina *generador de informes*. Este usa la mayor parte de la información producida por el generador de matrices, junto con los valores óptimos de las variables de decisión X_{ik} , para producir informes que muestran los regímenes asignados a las diferentes unidades de corta junto con los flujos subsecuentes de madera y de caja que se producirán. Los

5 Algunos programas de computadora para resolver problemas de programación lineal incluyen una prestación conocida como *análisis de rango de los lados derechos*, la cual posibilita especificar tanto un máximo como un mínimo con cantidades dadas en una única restricción. Con un programa de este tipo, el número máximo total de restricciones sería $N + 4p$.

lectores interesados en detalles sobre estos sistemas deberían consultar los manuales del usuario que se publicaron para MAX-MILLON (Clutter, 1968), Timber RAM (Navon, 1971) y FORPLAN (Johnson et al., 1980). Varias compañías foresto-industriales usan versiones sustancialmente mejoradas del sistema MAX-MILLON original, pero los detalles vinculados con la estructura y uso de tales programas usualmente se consideran privados. Algunas otras compañías, la mayoría de ellas radicadas en el oeste de EUA, han usado Timber-RAM y otros sistemas desarrollados por el Servicio Forestal para planificar las cosechas.

A pesar que muchos de los trabajos originales para desarrollar sistemas computarizados de planificación de las cosechas se realizaron en EUA, varias aplicaciones destacables se desarrollaron en otros países. En Australia, Paine (1966) empleó procedimientos de programación lineal para desarrollar planes de cosecha para un bosque mixto de eucaliptos de 15.000 acres en Victoria. Trabajo posteriores de la *Victoria Forests Commission* produjeron un modelo más general de optimización conocido como MASH (por *mountain-ash* -N. del T.: nombre vulgar en Australia de *Eucalyptus regnans*-) que se emplea en la planificación de las cosechas de los bosques de propiedad pública que cubren unos 300.000 acres de extensión (Weir, 1972). La *Forestry Commission of New South Wales* también desarrolló un sistema planificar las cosechas en aproximadamente 250.000 acres de plantaciones *Pinus radiata* de propiedad estatal (Australian Forestry Council, 1978). Dargavel (1978) reportó el sistema de planificación de las cosechas desarrollado por *A.P.M. Forests Pty., Ltd.* para el manejo de las plantaciones de *Pinus radiata* de la compañía en Victoria central. En Canadá, el *British Columbia Forest Service* desarrolló un sistema denominado CARP (*Computer Assited Resource Planning*) para planificar cosechas en tierras forestales propiedad de la Provincia. CARP se desarrolló originalmente a partir de Timber RAM, pero ahora incluye muchas extensiones originales y prestaciones adicionales.

10.1.5 Algunas Modificaciones a la Formulación del Modelo I

Varias de las posibles modificaciones a la estructura del problema descrito en las secciones previas son dignas de alguna discusión. Una de tales modificaciones implica la minimización de los costos descontados antes que la maximización de los flujos de caja descontados. A veces este enfoque es apropiado para organizaciones que emplean madera y que obtienen parte de las materias primas que necesitan cortando en tierras de su propiedad y comprando el resto de lo que necesitan en el mercado. En esta situación, la organización puede especificar las cantidades totales de madera necesarias por período de corta y luego determinar las cantidades óptimas de madera de las tierras propias y del mercado para cada período. Otras magnitudes adicionales deben definirse antes de poder formular el problema:

Y_{jl} = cantidad de madera comprada en el mercado al nivel de precio l en el período j
($l=1, 2, \dots, L$).

W_{jl} = cantidad máxima de madera que se puede comprar en el mercado al nivel de precio l en el período j .

C_{jl} = costo por unidad de la madera en el mercado al nivel de precio l en el período j
($C_{jl} < C_{j,l+1}$; $l=1, 2, \dots, L-1$).

Además, los valores de D_{ik} (valor actual por acre de la unidad de corta i si se adopta el régimen de manejo k) deben modificarse para omitir cualquier contribución positiva que surja de ventas ficticias de madera al aserradero⁶. Esto lleva a definir INH_{jk} en la ecuación (10.4) como:

INH_{jk} = costos netos por acre de las cosechas de madera (incluyendo costos de transporte a la industria) en el período j si se adopta el régimen k .

Ahora se puede formular el problema de minimización de los costos con un requerimiento mínimo de producción maderera. Minimizar

$$Q = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M D_{ik} X_{ik} + \sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^L C_{jl} Y_{ikjl} \quad (10.15)$$

sujeto a

$$\sum_{k=1}^M X_{ik} = A_i \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (10.16)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} \geq VMIN_j \quad (10.17)$$

$$Y_{jl} \leq W_{jl} \quad (j=1, 2, \dots, p; l=1, 2, \dots, L) \quad (10.18)$$

donde L es el número de niveles de precios considerados y $WMIN_j$ es la cantidad total de madera requerida por la industria en el período j . El número de restricciones del tipo mostrado en la ecuación (10.17) es igual al número de períodos de corta. El número de restricciones de la ecuación (10.18) es igual a $p \times L$ (el número de períodos de corta por el número de niveles de precios). Este modelo se puede generalizar fácilmente para ofrecer requerimientos separados para varias clases de productos de materia prima.

Una segunda modificación útil a la formulación estándar del Modelo I implica el uso de restricciones que cambian de período en período. En muchas situaciones no hay límites absolutos *a priori*, superiores o inferiores, en magnitudes tales como volúmenes periódicos de cosecha y flujos periódicos de caja; pero bien puede haber límites sobre cuanto cambio es aceptable de un período al próximo. Se pueden adoptar restricciones que limiten la magnitud y sentido de los cambios permisibles, además de, o en lugar de, las restricciones individuales máximas y mínimas que se definieron previamente. Las restricciones a los cambios de período en período se pueden expresar de forma absoluta o relativa. Aquí se ilustran ambos tipos para cambios periódicos en el volumen de cosecha.

1. Restricciones absolutas a los cambios,
 - a. Restricciones a la magnitud máxima de incremento:

6 Bajo las leyes impositivas de EUA, las ventas ficticias generan una deducción impositiva (costo de la materia prima) sobre el ingreso ordinario. El efecto neto de este beneficio impositivo debería incluirse en cada valor de D_{ik} .

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{i,j-1,k} X_{ik} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} \leq MAXINC_j \quad (10.19)$$

donde $MAXINC_j$ es el incremento máximo permitido en el volumen de cosecha entre el período j y el período $j+1$. Se pueden plantear restricciones de este tipo para cualquier par secuencial de períodos o para todos.

b. Restricciones a la magnitud máxima de decremento:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{i,j+1,k} X_{ik} \leq MAXDEC_j \quad (10.20)$$

donde $MAXDEC_j$ es el decremento máximo permitido en el volumen de cosecha entre el período j y el período $j+1$. Se pueden plantear restricciones de este tipo para cualquier par secuencial de períodos o para todos. La inclusión de una restricción de este tipo para todos los pares secuenciales (*i.e.* para $j=1, 2, \dots, p-1$) con $MAXDEC_j=0$ para todo j , determina una solución de rendimiento sostenido indeclinante a lo largo de todo el período de planificación.

2. Restricciones relativas a los cambios,

a. Restricciones a la proporción máxima de incremento:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{i,j-1,k} X_{ik} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} \leq \beta MAXINC_j \quad (10.21)$$

donde β es el incremento proporcional máximo en el volumen de cosecha entre el período j y el período $j+1$. Por ejemplo, si $\beta=0,20$, entonces la cosecha del período $j+1$ podría ser, como mucho, 20% superior a la cosecha del período j . Se pueden plantear restricciones de este tipo para cualquier par secuencial de períodos o para todos o, si se quiere, para cualquier conjunto de pares no secuenciales de períodos.

b. Restricciones a la proporción máxima de decremento:

$$(1-\alpha) \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{ijk} X_{ik} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M V_{i,j+1,k} X_{ik} \leq 0 \quad (10.22)$$

donde α es el decremento proporcional máximo en el volumen de cosecha entre el período j y el período $j+1$. Por ejemplo, si $\alpha=0,10$, entonces la cosecha del período $j+1$ no podría ser más de 10% inferior a la cosecha del período j . Se pueden plantear restricciones de este tipo para cualquier par secuencial de períodos o para todos o, si se quiere, para cualquier conjunto de pares no secuenciales de períodos.

Fácilmente se pueden realizar cambios en estas fórmulas para obtener restricciones a los cambios de período en período para áreas de cosecha, áreas de regeneración y flujos de caja.

Una tercera variante de la formulación estándar se obtiene cuando el modelo de planificación de las cosechas se combina con un modelo de planificación industrial en un sólo sistema de programación lineal. Se han considerado sistemas de este tipo durante algún tiempo, aunque no fueron implementados ampliamente. Un modelo típico de planificación de las cortas con planificación industrial incluye variables de actividad que asignan regímenes a las unidades de corta, variables de actividad que representan compras de madera, variables de actividad que asignan la madera cosechada a diferentes complejos fabriles y variables de actividad que definen la cantidad de productos finales que se producen en cada línea de procesamiento de cada complejo fabril. Una cantidad dada de un producto final particular de una cierta línea requiere la asignación de suficiente madera de la clase de producto especificada para esa línea. Esta asignación solamente se puede hacer si la cantidad requerida de madera se cortó o compró y se transportó al complejo fabril considerado. Un aspecto interesante de tales modelos es el hecho de que no se necesita especificar precios de transferencia para la madera cosechada de las tierras propias⁷. El ingreso se genera cuando los productos finales se producen y de este ingreso se deducen los costos asociados con la producción de madera de las tierras propias, con las compras de madera ajena y su transporte a los diferentes complejos industriales. La combinación de los sistemas de planificación de las cosechas y de la industrialización tienden a ser modelos muy grandes y su solución puede requerir gran cantidad de tiempo de cómputo. Sin embargo, tales modelos expresan de manera realista los problemas de asignación de recursos involucrados en una compañía integrada de productos forestales y, si son bien elaborados, puede ofrecer información administrativa de gran valor económico.

10.2 UN PROBLEMA DE EJEMPLO

En esta sección se considerará un problema a manera de ejemplo que fue diseñado para ilustrar el uso de la formulación del Modelo I de programación lineal. El problema considerado es necesariamente pequeño en términos del número de variables y del número de restricciones, pero es suficientemente realista como para ejemplificar los cálculos necesarios. Considérese el siguiente escenario:

La Behemont Pulp Company acaba de completar la construcción de una fábrica de pulpa con una capacidad de 10.000 toneladas diarias. Sin embargo, Behemont no posee tierras en las proximidades de esta planta y la provisión de materia prima se considera un problema de cierta preocupación. Puesto que XYZ Timber Co. posee 155.000 acres en las proximidades, Behemont ha convenido en comprarles madera. El contrato exige a XYZ entregar al menos 500.000 cunits anuales para que Behemont coseche en cada uno de los próximos 16 años (N. del T.: el cunit es una unidad de volumen estéreo definida como equivalente a 100 pies cúbicos de madera sólida). Se acuerda un precio de la madera en pie de 25\$ por cunit. Si XYZ quiere entregar más de 500.000 cunits en cualquier año, Behemont le comprará la madera adicional al mismo precio.

Ahora XYZ Timber se enfrenta al problema de planificar las cosechas y la regeneración de modo de poder entregar los 500.000 cunits acordados en cada uno de los próximos 16 años. El bosque considerado se compone de 90.000 acres con plantaciones de 13 años de edad y 65.000 acres de matorrales improductivos. Tanto las plantaciones actuales como las posteriores siguen la tabla de

⁷ En tal caso, ciertos resultados del análisis de programación lineal (precios sombra) proveen valores apropiados para los precios de transferencia.

rendimiento que se muestra en la [tabla 10.3](#). Los costos de regeneración para XYZ Timber Co. son de 150\$ por acre y la compañía tiene costos anuales administrativos e impositivos *ad valorem* de 1.50\$ por acre. Se usará una tasa de interés del 5% en el análisis financiero.

La formulación de programación lineal adoptada por XYZ implica un período de planificación de 16 años, con 8 períodos de corta bienales. La especificación de una edad mínima de cosecha permisible de 10 años conduce a la definición de los 15 regímenes de manejo que se muestran en la [tabla 10.4](#). El símbolo C de la tabla indica una tala rasa seguida de regeneración inmediata. Las operaciones de cosecha en los matorrales no producen volúmenes pero resultan en el establecimiento de plantaciones. Se definen dos unidades de corta. La unidades de corta 1 comprende los 90.000 acres de plantaciones de 13 años de edad y la unidades de corta 2 comprende los 65.000 acres de matorrales. La [tabla 10.5](#) muestra los rendimientos producidos por las intervenciones implementadas por cada régimen de manejo en ambas unidades de corta. Estos rendimientos se tomaron directamente de la [tabla 10.3](#) para las edades consideradas. El régimen 1 de la unidades de corta 1, por ejemplo, implica la cosecha de una plantación de 14 años en el período 1 (rendimiento = 52,22 cunits por acre) y la cosecha de una plantación de 10 años en el período 6 (rendimiento = 29,10 cunits por acre).

El valor potencial del suelo para edades de rotación entre 10 y 30 años se puede calcular con:

$$VPS_t = -150 + \frac{25 Y_t - 150}{1,05^t - 1} - \frac{1,50}{0,05} \quad (10.23)$$

donde

t duración de la rotación.

Y_t rendimiento por acre al final de la rotación.

VPS_t = valor potencial del suelo para una serie continua de rotaciones de duración t .

El máximo VPS_t ocurre cuando $t=15$ años:

$$VPS_{15} = -150 + \frac{25(57,00) - 150}{1,05^{15} - 1} - \frac{1,50}{0,05} = 1.001,73 \text{ \$/acre}$$

Por lo tanto, la rotación económicamente óptima es de 15 años con un valor potencial del suelo asociado de 1.001,73\$ por acre. Estos valores se pueden emplear ahora con la ecuación (10.3) para calcular el valor terminal del suelo y vuelo de cada régimen en cada unidad de corta. Los cálculos referidos se resumen en la [tabla 10.6](#). El valor terminal para el régimen de manejo 1 en la unidad de corta 1 se calcula, por ejemplo, como sigue:

$$VT_1 = \frac{25(57,00) + 1.001,73 + (1,50/0,05)}{1,05^{10}} = 1.508,22 \text{ \$/acre}$$

La [tabla 10.7](#) muestra la información necesaria para el cálculo del valor actual de los flujos de caja en cada combinación de régimen de manejo y unidad de corta empleando la ecuación (10.4).

Los resultados que se muestran para el régimen de manejo 1 en la unidad de corta 1 se calcularon como sigue:

Flujo de caja neto del período 1

$$\begin{array}{rcl} \text{Ingresos por cosecha de madera} & = & 25(52.22) = 1.305,50 \text{ \$/acre} \\ \text{Menos costos de regeneración} & & \underline{- 150,00 \text{ \$/acre}} \\ & & 1.155,50 \text{ \$/acre} \end{array}$$

Flujo de caja neto del período 6

$$\begin{array}{rcl} \text{Ingresos por cosecha de madera} & = & 25(29.10) = 727,50 \text{ \$/acre} \\ \text{Menos costos de regeneración} & & \underline{- 150,00 \text{ \$/acre}} \\ & & 577,50 \text{ \$/acre} \end{array}$$

$$VA = \frac{1.155,50}{1,05^1} + \frac{577,50}{1,05^{11}} + \frac{1.508,22}{1,05^{16}} - \frac{1,5}{0,05} = 2.099,22 \text{ \$/acre}$$

Ahora están disponibles todos los datos necesarios para la formulación completa del problema de programación lineal. Las variables de decisión se definen como

$X_{i,k}$ = número de acres de la unidad de corta i ($i=1, 2$) que se asignan al régimen de manejo k ($k=1, 2, \dots, 15$).

El objetivo es maximizar

$$\begin{aligned} Q = & 2.099 X_{1,1} + 2.159 X_{1,2} + \dots + 1.589 X_{1,15} \\ & + 856 X_{2,1} + 915 X_{2,2} + \dots + 443 X_{2,15} \end{aligned} \quad (10.24)$$

sujeta a las restricciones de sumatoria de las unidades y al volumen mínimo de cosecha para cada período de corta. Las restricciones de sumatoria de las unidades son:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{15} X_{1,k} &= 90.000 \\ \sum_{k=1}^{15} X_{2,k} &= 65.000 \end{aligned} \quad (10.25)$$

mientras que las restricciones a los volúmenes mínimos de cosecha se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}
52,22 X_{1,1} + 52,22 X_{1,2} + 52,22 X_{1,3} + 52,22 X_{1,4} &\geq 10^6 \\
61,60 X_{1,5} + 61,60 X_{1,6} + 61,60 X_{1,7} &\geq 10^6 \\
70,20 X_{1,8} + 70,20 X_{1,9} &\geq 10^6 \\
77,60 X_{1,10} &\geq 10^6 \\
84,26 X_{1,11} &\geq 10^6 \\
29,10 X_{1,1} + 90,24 X_{1,12} + 29,10 X_{2,1} &\geq 10^6 \\
40,80 X_{1,2} + 29,10 X_{1,5} + 94,90 X_{1,13} + 40,80 X_{2,2} + 29,10 X_{2,5} &\geq 10^6 \\
52,22 X_{1,3} + 40,80 X_{1,6} + 29,10 X_{1,8} + 98,56 X_{1,14} + 52,22 X_{2,3} + 40,80 X_{2,6} + 29,10 X_{2,8} &\geq 10^6
\end{aligned} \tag{10.26}$$

El problema entonces implica 30 variables de actividad y 10 restricciones.

La solución óptima se muestra en la [tabla 10.8](#). Para el manejo de la unidad de corta 1 se usan 6 regímenes distintos y en la unidad de corta 2 son tres los regímenes aplicados. La información relativa a los flujos periódicos de madera y de caja y las áreas cosechadas y regeneradas para la solución óptima se muestra en la [tabla 10.9](#). La distribución por clases de edad al final del período de planificación se da en la [tabla 10.10](#). El valor actual del bosque con la solución óptima es de 250.761.009\$, a razón de 1.617,81 \$ por acre.

10.3 FORMULACIÓN DE UN MODELO ALTERNATIVO

Las secciones previas de este capítulo han brindado una detallada discusión sobre la formulación del Modelo I de programación lineal para problemas de planificación de las cosechas. En esta sección se presenta un ejemplo de la formulación del Modelo II. Los lectores interesados en una cobertura más general y completa de los procedimientos del Modelo II deberían consultar la excelente presentación del tema que realizaron Johnson y Scheurman (1977). La principal diferencia entre las formulaciones del Modelo I y la del Modelo II yace en la definición de las variables de actividad. Con el Modelo I, cada variable de actividad queda asociada con un patrón particular de operaciones forestales que abarcan la totalidad del período de planificación. En la formulación del Modelo II, cada oportunidad de cosecha se representa con una variable de actividad separada. Esta diferencia se puede ilustrar considerando el régimen de manejo 1 del problema de la XYZ Timber Co. dado en la sección anterior (*cf.* [tabla 10.4](#)). Con la formulación del Modelo I, el patrón de tala rasa y plantación en el período 1, tala rasa y plantación en el período 6 y la existencia de una plantación de 5 años de edad al final del período de planificación queda asociado con una única variable de actividad. En la formulación del Modelo II se requeriría el planteo de tres variables de actividad para describir este mismo patrón -uno para representar la corta del rodal existente en el período 1, otro para representar la corta del segundo rodal en el período 6 y una tercera para definir la existencia del rodal de 5 años al final del período de planificación.

El uso de los procedimientos del Modelo II se ilustra reconsiderando el problema de planificación de las cosechas de la XYZ Timber Co originalmente presentado en la Sección 10.2. A continuación se resumen los aspectos más importantes del problema:

1. El bosque inicial consta de 90.000 acres de plantaciones de 13 años de edad y de 65.000 acres de matorrales improductivos.

2. Duración del período de planificación = 16 años.
3. Número de períodos de corta = 8.
4. Duración del período de corta = 2 años.
5. Cosecha mínima por período = 1.000.000 cunits.
6. Precio de la madera en pie = 25 \$ por cunit.
7. Costo de regeneración = 150 \$ por acre.
8. Tasa de interés = 5%
9. Edad mínima de cosecha = 10 años.
10. Costos anuales administrativos e impositivos *ad valorem* = 1.5 \$ por acre.

La tabla de rendimiento de las plantaciones de XYZ Timber Co. se mostró en la [tabla 10.3](#). En la formulación previa, las plantaciones de 13 años y los matorrales fueron designados como unidades de corta 1 y 2, respectivamente. En la formulación del Modelo II, las subdivisiones iniciales del bosque no retienen su identidad a lo largo del período de planificación. Entonces, los dos tipos forestales originales se referirán en adelante como *estratos iniciales* (en la mayoría de las formulaciones del Modelo II los estratos iniciales son las diferentes clases de edad existentes al principio del período de planificación).

La formulación del Modelo II del problema de XYZ Timber Co. requiere la definición de las siguientes variables de actividad:

- Y_{ij} = acres del estrato inicial i que se cosechan en el período de corta j ($i=1, 2; j=1, 2, \dots, 8$).
- X_{jk} = acres regenerados en el período de corta j que se cosechan en el período de corta k ($j=1, 2, 3; k=j+5, \dots, 8$); si $j>3$, entonces $X_{jk}=0$.
- W_i = acres del estrato inicial i que permanecen sin cosechar durante todo el período de planificación ($i=1, 2$).
- U_j = Acres regenerados en el período j y que subsecuentemente permanecen sin cosechar hasta el final del período de planificación ($j=1, 2, \dots, 8$).

Se necesita la siguiente información económica:

- D_{ij} = valor actual por acre de todos los costos e ingresos asociados con los rodales del estrato inicial i que se cosechan en el período de corta j ($i=1, 2; j=1, 2, \dots, 8$).
- E_{jk} = valor actual por acre de todos los costos e ingresos asociados con los rodales regenerados en el período de corta j que se cosechan en el período de corta k ($j=1, 2, 3; k=j+5, \dots, 8$).
- T_i = valor actual por acre de dejar un rodal del estrato inicial i sin cosechar hasta el final del período de planificación ($i=1, 2$).
- Z_j = valor actual por acre de dejar un rodal que fue regenerado en el período de corta j sin cosechar hasta el final del período de planificación ($j=1, 2, \dots, 8$).

Los costos administrativos e impositivos *ad valorem* podrían incluirse en los costos expresados arriba, pero tal abordaje es ineficiente. Es más fácil calcular el valor actual de todos los costos administrativos e impositivos futuros y sustraer esta cantidad del valor de la función objetivo de

la solución óptima del problema de programación lineal. Dado que los costos anuales administrativos e impositivos *ad valorem* son fijos a razón de 1,50 \$ por acre, el valor actual de todos estos pagos futuros es:

$$VA_{ai} = (90.000 + 65.000)(1,50/0,05) = 4.650.000 \$$$

La función objetivo del Modelo II se puede escribir como sigue. Maximizar

$$Q = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^8 D_{ij} Y_{ij} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=j+5}^8 E_{jk} X_{jk} + \sum_{i=1}^2 T_i W_i + \sum_{j=1}^8 Z_j U_j \quad (10.27)$$

Las restricciones deben plantearse para garantizar la factibilidad de las asignaciones de áreas y para especificar los requerimientos periódicos mínimos de cosecha. Las restricciones de área son:

$$\sum_{j=1}^8 Y_{ij} + W_i = A_i \quad (i=1, 2) \quad (10.28)$$

$$\sum_{k=j+5}^8 X_{jk} + U_j - \sum_{i=1}^2 Y_{ij} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, 8) \quad (10.29)$$

donde A_i es el número de acres del estrato inicial i . La ecuación (10.28) define dos restricciones que requieren que todas las asignaciones de áreas que se hagan de cada estrato inicial sumen el número de acres originalmente presentes en ese estrato inicial. La ecuación (10.29) define ocho restricciones. La j -ésima de ellas requiere que el área de los rodales originados en el período de corta j igualen el área de los rodales asignados a la cosecha en el período j . Las restricciones a las cosechas periódicas son:

$$\sum_{i=1}^2 V_{ij} Y_{ij} + \sum_{m=1}^{j-5} H_{mj} X_{mj} \geq 10^6 \quad (j=1, 2, \dots, 8) \quad (10.30)$$

donde

V_{ij} = volumen por acre cosechado en el período j de rodales pertenecientes al estrato inicial i .

H_{mj} = volumen por acre cosechado en el período j de rodales regenerados en el período m (si $j < m+5$, entonces $H_{mj} = 0$).

La ecuación (10.30) define una restricción para cada período de corta que requiera un volumen cosechado en el período mayor a 1.000.000 de cunits.

Los cálculos de los valores necesarios para el análisis de H_{mj} , E_{jk} , T_i y Z_j se muestran en la [tabla 10.11](#), la [tabla 10.12](#), la [tabla 10.13](#) y la [tabla 10.14](#). Valores correctos para los términos V_{ij} se incluyeron en la [tabla 10.11](#) y valores apropiados de H_{mj} se dan en la [tabla 10.15](#). La sustitución de valores numéricos en las ecuaciones (10.27) a (10.30) resultan en un problema de

programación lineal con 32 variables y 18 restricciones. La solución óptima a este problema incluye los siguientes valores no nulos de las variables de actividad (todos en acres):

$Y_{11}=34.767$	$X_{18}=19.150$
$Y_{12}=16.234$	$U_1=21.743$
$Y_{13}=14.245$	$U_2=16.234$
$Y_{14}=12.886$	$U_3=14.245$
$Y_{15}=11.868$	$U_4=12.886$
$Y_{21}=65.000$	$U_5=11.868$
$X_{16}=34.364$	$U_6=34.364$
$X_{17}=24.510$	$U_7=24.510$
	$U_8=19.150$

Estos valores definen la misma estrategia óptima indicada por la solución previa de la formulación del Modelo I. Los volúmenes de cosecha, los flujos de caja, las áreas de corta y las áreas de regeneración por períodos asociadas con la solución indicada son idénticos a los que resultaron del Modelo I y que fueron presentados en la [tabla 10.9](#). El valor de la función objetivo asociado con la solución óptima del Modelo II es 255.325.644\$. La sustracción del ajuste para todos los costos administrativos e impositivos *ad valorem* futuros de 4.650.000\$ lo reduce a 250.675.644\$, el que sólo difiere por errores de redondeo con el valor correspondiente al Modelo I de 250.761.009\$.

Las formulaciones del Modelo II de programación lineal aún no han sido usadas ampliamente para la solución de problemas operacionales de planificación de las cosechas, a pesar de que Nautiyal y Pearse (1967) y Hallanger (1973) sugirieron estructuras de modelos que son muy semejantes al enfoque del Modelo II. Parece probable que algunos problemas de planificación de las cosechas se puedan manipular con mayor eficiencia computacional por medio de la formulación del Modelo II y es bastante plausible que este enfoque se popularizará a medida que pase el tiempo. El sistema FORPLAN de planificación de las cosechas actualmente usado por el *US Forest Service* (Johnson et al., 1980) tiene la capacidad de obtener soluciones óptimas indistintamente con los métodos del Modelo I o del Modelo II. La opción del Modelo II se ha usado generalmente en las corridas de FORPLAN para la *Southern Region* del *Forest Service* (Región 8) debido a que las cortas rotaciones consideradas (40 años o menos) en combinación con el estándar de 150 años para el período de planificación del *Forest Service* genera un número muy elevado de regímenes de manejo con la formulación del Modelo I.

10.4 OTROS ABORDAJES DE PLANIFICACION AL NIVEL DE BOSQUE

Además de la programación lineal, un número de diferentes técnicas iterativas computarizadas se han usado o sugerido para su uso en la resolución de problemas de planificación de las cosechas. Las aplicaciones de estos modelos se circunscribieron casi exclusivamente con la planificación de las cosechas en bosques primarios del Noroeste Pacífico. Los más conocidos de estos modelos son los siguientes:

1. SORAC - *Short Run Allowable Cut*, Posibilidad (N. del T.: la traducción literal sería cortas admisibles) a Corto Plazo (Chappelle, 1966).
2. SIMAC - *Simulating Intensively Managed Allowable Cut*, Simulación de la Posibilidad Manejada Intensivamente (Sassaman et al., 1972).
3. TREES - *Timber Resource Economic Estimation System*, Sistema de Estimación de Recursos Forestales Económicos (Tedder et al., 1979).
4. ECHO - *Economic Harvest Optimization Model*, Modelo de Optimización de Cosechas Económicas (Walker, 1976).

Los cuatro sistemas implican un abordaje computacional conocido como *búsqueda binaria*. Básicamente, es un procedimiento de prueba y error que decide si los acres contenidos en el estrato forestal i serán cosechados en el período j o no. En los cuatro modelos, el enfoque de la búsqueda binaria se hace posible invocando el supuesto de que las prioridades de cosecha en los diferentes estratos forestales son conocidos *a priori* (con el enfoque de la programación lineal, la determinación de estas prioridades es un resultado del análisis; con los procedimientos de búsqueda binaria, las prioridades se deben proveer como insumos para el análisis). Una vez que los estratos se ordenan en una lista por sus prioridades de cosecha, la determinación del plan de cosechas óptimo consiste simplemente en establecer los puntos en la lista donde se detiene la cosecha en el período 1, donde se detiene la cosecha en el período 2 y así sucesivamente.

Esencialmente, SORAC, SIMAC y TREES son procedimientos de simulación para calcular un nivel de cosechas que se puede sostener a lo largo de un período de planificación finito sujeto a ciertas condiciones. Básicamente, los tres son procedimientos para determinar el rendimiento sostenido máximo y conceptualmente son muy semejantes a las técnicas discutidas previamente en la Sección 9.3 para determinar la cosecha sustentable máxima. En el modelo ECHO, el objetivo es la maximización del valor actual neto y la formulación reconoce que el precio de la madera en pie puede ser función de la cantidad vendida. Johnson y Scheurman (1977) han demostrado que la maximización del rendimiento sostenido considerado en SORAC y SIMAC son casos especiales de la formulación general del Modelo II de programación lineal. Los procedimientos de simulación generalmente requieren menos tiempo de computadora que la solución de problemas de programación lineal del Modelo II, aunque las soluciones producidas por programas tales como SORAC, SIMAC y TREES son óptimas solamente si las prioridades de cosecha asignadas *a priori* a los distintos estratos forestales son idénticas a aquellas que se establecerían por programación lineal. En Johnson y Scheurman (1977) también se ofrece una discusión del algoritmo de decisión empleado en ECHO. Su análisis demuestra que el problema de optimización de ECHO puede ser formulado como una forma ligeramente generalizada del Modelo II de programación lineal y esto clarifica enormemente los supuestos que están implícitos en el uso del algoritmo de ECHO.

Tabla 10.1. Algunos ejemplos de regímenes de manejo.

Régimen (índice)	Período de corta							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	P				C		
2	C	P			T		C	
3	C	F				C		
4	C	P + F		T		C		
5		C				T		C
6			C				T	
7		T		C				

Tabla 10.2. Un conjunto típico de regímenes de manejo.

Régimen (índice)	Período de corta							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C					C		
2	C						C	
3	C							C
4	C							
5		C					C	
6		C						C
7		C						
8			C					C
9			C					
10				C				
11					C			
12						C		
13							C	
14								C
15								

[Tabla 10.3.](#) Tabla de rendimiento para las plantaciones de las tierras de XYZ Timber Co.

Edad	Rendimiento
(años)	(cunits/acre)
10	29,10
11	34,98
12	40,80
13	46,67
14	52,22
15	57,00
16	61,60
17	65,96
18	70,20
19	73,91
20	77,60
21	81,06
22	84,26
23	87,40
24	90,24
25	92,75
26	94,90
27	96,93
28	98,56
29	100,05
30	100,80

Tabla 10.4. Regímenes de manejo usados para planificar las cosechas en las tierras de XYZ Timber Co.

Régimen de manejo	Período de corta							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C					C		
2	C						C	
3	C							C
4	C							
5		C					C	
6		C						C
7		C						
8			C					C
9			C					
10				C				
11					C			
12						C		
13							C	
14								C
15								

Tabla 10.5. Rendimientos predichos por unidad de corta, régimen de manejo y período de corta.

Régimen de manejo	Rendimientos del período de corta (cunits)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Unidad de corta 1								
1	52,22					29,10		
2	52,22						40,80	
3	52,22							52,22
4	52,22							
5		61,60					29,10	
6		61,60						40,80
7		61,60						
8			70,20					29,10
9			70,20					
10				77,60				
11					84,26			
12						90,24		
13							94,90	
14								98,56
15								
Unidad de corta 2								
1	0,00					29,10		
2	0,00						40,80	
3	0,00							52,22
4	0,00							
5		0,00					29,10	
6		0,00						40,80
7		0,00						
8			0,00					29,10
9			0,00					
10				0,00				
11					0,00			
12						0,00		
13							0,00	
14								0,00
15								

Tabla 10.6. Cálculo de los valores terminales por acre por régimen de manejo y por unidad de corta.

Régimen de manejo (k)	Edad del rodal al final del período de planificación (A_k)	Años hasta la cosecha del rodal terminal (a_k)	Rendimiento de la cosecha del rodal terminal (cunits)	Valor terminal (VT_k)
Unidad de corta 1				
1	5	10	57,00	1.508,22
2	3	12	57,00	1.368,00
3	1	14	57,00	1.240,82
4	15	0	57,00	2.456,73
5	3	12	57,00	1.368,00
6	1	14	57,00	1.240,82
7	13	2	57,00	2.228,33
8	1	14	57,00	1.240,82
9	11	4	57,00	2.021,16
10	9	6	57,00	1.833,25
11	7	8	57,00	1.662,81
12	5	10	57,00	1.508,22
13	3	12	57,00	1.368,00
14	1	14	57,00	1.240,82
15	29	0	100,05	3.532,98
Unidad de corta 2				
1	5	10	57,00	1.508,22
2	3	12	57,00	1.368,00
3	1	14	57,00	1.240,82
4	15	0	57,00	2.456,73
5	3	12	57,00	1.368,00
6	1	14	57,00	1.240,82
7	13	2	57,00	2.228,33
8	1	14	57,00	1.240,82
9	11	4	57,00	2.021,16
10	9	6	57,00	1.833,25
11	7	8	57,00	1.662,81
12	5	10	57,00	1.508,22
13	3	12	57,00	1.368,00
14	1	14	57,00	1.240,82
15	---	---	---	1.031,73

[Tabla 10.7.](#) Cálculo del valor actual por acre por régimen de manejo y por unidad de corta.

Régimen de manejo	Flujo de caja por acre del período de corta (\$)								Valor terminal \$ por acre (VT)	Valor actual \$ por acre (VA)
	1	2	3	4	5	6	7	8		
Unidad de corta 1										
1	1155,50					577,50			1.508,22	2.099
2	1155,50						870,00		1.368,00	2.159
3	1155,50							1155,50	1.240,82	2.195
4	1155,50								2.456,73	2.196
5		1.390,00					577,50		1.368,00	2.104
6		1.390,00						870,00	1.240,82	2.158
7		1.390,00							2.228,33	2.192
8			1.605,00					577,50	1.240,82	2.074
9			1.605,00						2.021,16	2.153
10				1.790,00					1.833,25	2.082
11					1.956,50				1.662,81	1.993
12						2.106,00			1.508,22	1.892
13							2.222,50		1.368,00	1.775
14								2.314,00	1.240,82	1.652
15									3.532,98	1.589
Unidad de corta 2										
1	-150,00					577,50			1.508,22	856
2	-150,00						870,00		1.368,00	915
3	-150,00							1155,50	1.240,82	951
4	-150,00								2.456,73	953
5		-150,00					577,50		1.368,00	773
6		-150,00						870,00	1.240,82	827
7		-150,00							2.228,33	861
8			-150,00					577,50	1.240,82	699
9			-150,00						2.021,16	778
10				-150,00					1.833,25	703
11					-150,00				1.662,81	635
12						-150,00			1.508,22	573
13							-150,00		1.368,00	517
14								-150,00	1.240,82	466
15									1.031,73	443

Tabla 10.8. Solución óptima para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Régimen de manejo	Acres asignados a la unidad de corta	
	1	2
1	---	34.364
2	24.510	---
3	10.257	8.893
4	---	21.743
5	---	---
6	---	---
7	16.234	---
8	---	---
9	14.245	---
10	12.886	---
11	11.868	---
12	---	---
13	---	---
14	---	---
15	---	---
Totales	90.000	65.000

Tabla 10.9. Volúmenes de cosecha, flujos de fondos, áreas de cosecha y regeneración por períodos para la solución óptima del problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Período de corta	Volumen cosechado (cunits)	Flujo de caja (miles de dólares)	Área cosechada (acres)	Área regenerada (acres)
1	1.815.512	29.958	34.767	99.767
2	1.000.000	22.100	16.234	16.234
3	1.000.000	22.398	14.245	14.245
4	1.000.000	22.601	12.886	12.886
5	1.000.000	22.755	11.868	11.868
6	1.000.000	19.380	34.363	34.364
7	1.000.000	20.859	24.510	24.510
8	1.000.000	21.625	19.150	19.150

Tabla 10.10. Distribución de las clases de edad de las plantaciones en las tierras forestales de XYZ Timber Co al final del período de planificación y luego del manejo con la solución óptima.

Edad (años)	Área (acres)
1	19.150
3	24.510
5	34.364
7	11.868
9	12.886
11	14.245
13	16.234
15	21.743
Total	155.000

Tabla 10.11. Cálculo de los valores de D_{ij} para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Estrato inicial (i)	Período de cosecha (j)	Rendimiento de la cosecha		Valor actual (\$/acre) (VT_k)
		(cunits/acre) (V_{ij})	Ingreso por cosecha (\$/acre)	
1	1	52,22	1.305,50	1.243
1	2	61,60	1.540,00	1.330
1	3	70,20	1.755,00	1.375
1	4	77,60	1.940,00	1.379
1	5	84,26	2.106,50	1.358
1	6	90,24	2.256,00	1.319
1	7	94,90	2.372,50	1.258
1	8	98,56	2.464,00	1.185
2	1	0,00	0,00	0,00
2	2	0,00	0,00	0,00
2	3	0,00	0,00	0,00
2	4	0,00	0,00	0,00
2	5	0,00	0,00	0,00
2	6	0,00	0,00	0,00
2	7	0,00	0,00	0,00
2	8	0,00	0,00	0,00

Tabla 10.12. Cálculo de los valores de E_{jk} para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Regenerado en el período (j)	Cosechado en el período (k)	Edad en la cosecha (años)	Rendimiento de la cosecha (cunits/acre) (H_{jk})	Valor actual por acre del costo de regeneración (\$)	Valor actual por acre de los ingresos por cosecha (\$)	Valor actual por acre total (\$)
1	6	10	29,10	-142,86	425,35	282
1	7	12	40,80	-142,86	540,93	398
1	8	14	52,22	-142,86	627,97	485
2	7	10	29,10	-129,58	385,81	256
2	8	12	40,80	-129,58	490,64	361
3	8	14	29,10	-117,53	349,94	232

Tabla 10.13. Cálculo de los valores de T_i para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Estrato inicial (i)	Edad del rodal al final del período de planificación (años)	Valor por acre al final del período de planificación ^a (\$)	Valor actual por acre (T_i) (\$)
1	29	3.532,98	1619
2	---	1.031,73	473

^a Estos valores fueron calculados previamente en la tabla 10.6.

Tabla 10.14. Cálculo de los valores de Z_j para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Regenerado en el período (j)	Edad del rodal al final del período de planificación (años)	Valor terminal al final del período de planificación ^a	Valor actual del valor terminal	Valor actual del costo de regeneración en el período j	Valor actual acre total (Z_j)
1	15	2.456,73	1.125,46	142,86	983
2	13	2.228,33	1.020,82	129,58	891
3	11	2.021,16	925,92	117,53	808
4	9	1.833,25	839,83	106,60	733
5	7	1.662,81	761,75	96,69	665
6	5	1.508,22	690,93	87,70	603
7	3	1.368,00	626,70	79,55	547
8	1	1.240,82	568,43	72,15	496

^a Estos valores fueron calculados previamente en la tabla 10.6.

[Tabla 10.15](#). Determinación de los valores de H_{mj} para el problema de planificación de las cosechas de XYZ Timber Co.

Regenerado en el período (m)	Cosechado en el período (j)	Edad en la cosecha (años)	Rendimiento (cunits/acre) (H_{mj})
1	6	10	29,10
1	7	12	40,80
1	8	14	52,22
2	7	10	29,10
2	8	12	40,80
3	8	14	29,10